

01_campo_electrico_coulomb

June 19, 2026

1 Campo eléctrico y ley de Coulomb — Física II (GIERM)

Apuntes propios de examen. Tema 1 de electrostática. Estilo *worked-example first*: primero el resultado y cómo se usa, luego el porqué y la demostración.

Fuente: Apuntes oficiales *Dpto. Física Aplicada III — FÍSICA II, GIERM, Curso 2023/2024*. El PDF de “Líneas de campo” se extrajo correctamente y fija la terminología/criterios del curso. El PDF “Fundamentos de electrostática-23-24.pdf” y el boletín de problemas están **escaneados** (no tienen texto extraíble), así que para carga, ley de Coulomb, superposición y distribuciones se usa el **contenido estándar canónico** del tema (materia universal de electrostática), coherente con esos apuntes.

1.1 Mapa del tema

1. Carga eléctrica y ley de Coulomb
2. Campo eléctrico $\vec{E}$ (definición operativa)
3. Principio de superposición
4. Líneas de campo (criterios del curso)
5. Campo de distribuciones continuas: anillo, disco, hilo
6. Dipolo eléctrico y par sobre un dipolo

1.1.1 Constantes que tienes que tener en la cabeza

Símbolo	Valor	Nombre
$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	$8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$	constante de Coulomb
ϵ_0	$8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N m}^2)$	permitividad del vacío
e	$1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$	carga elemental

1.2 1. Carga eléctrica y ley de Coulomb

1.2.1 Idea central

Dos cargas puntuales en reposo se ejercen una fuerza **a lo largo de la línea que las une**, proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

$$\boxed{\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

- $\vec{F}_{12}$ = fuerza que q_1 hace **sobre** q_2 .
- $\hat{r}_{12}$ = unitario que va **de** q_1 **a** q_2 .
- Cargas del **mismo signo** $\Rightarrow$ repulsión; distinto signo $\Rightarrow$ atracción.

1.2.2 El porqué de cada pieza

- r^2 **en el denominador**: la “influencia” se reparte sobre la superficie de una esfera, que crece como r^2 .
- **Producto** $q_1 q_2$: el signo del producto da automáticamente atracción/repulsión.
- **Forma vectorial robusta** (la mejor para no fallar signos):

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

El cubo aparece porque $\hat{r} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)/|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$ aporta un factor extra de distancia.

1.2.3 Propiedades de la carga (para test)

- **Cuantizada**: $q = n e$.
- **Conservada**: la carga neta de un sistema aislado no cambia.
- **Invariante**.

1.2.4 Ejemplo resuelto 1.1 — Fuerza entre dos cargas (1D)

Dos cargas $q_1 = +3 \mu\text{C}$ y $q_2 = -5 \mu\text{C}$ separadas $d = 20 \text{ cm}$. Fuerza sobre q_2 .

Paso 1 — módulo:

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{d^2} = 8,99 \times 10^9 \cdot \frac{(3 \times 10^{-6})(5 \times 10^{-6})}{(0,20)^2} = 3,37 \text{ N}$$

Paso 2 — sentido: signos opuestos $\Rightarrow$ **atractiva**: sobre q_2 apunta hacia q_1 .

Resultado: $F \approx 3,4 \text{ N}$, dirigida de q_2 hacia q_1 .

1.2.5 Ejemplo resuelto 1.2 — Fuerza vectorial en 2D

$q_1 = +2 \mu\text{C}$ en $(0,0)$ y $q_2 = +2 \mu\text{C}$ en $(3,4) \text{ cm}$. Fuerza sobre q_2 .

1. $\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (0,03, 0,04) \text{ m}$, $|\vec{r}| = 0,05 \text{ m}$.
2. $\hat{r} = (0,6, 0,8)$.
3. $F = k q_1 q_2 / r^2 = 8,99 \times 10^9 \cdot (2 \times 10^{-6})^2 / (0,05)^2 = 14,4 \text{ N}$.
4. Mismo signo $\Rightarrow$ repulsiva, en sentido $+\hat{r}$: $\vec{F} = (8,6, 11,5) \text{ N}$.

Lo comprobamos numéricamente abajo.

$$\mathbf{F} = [8.6304 \ 11.5072] \text{ N} \quad |\mathbf{F}| = 14.38 \text{ N}$$

1.3 2. Campo eléctrico $\vec{E}$

1.3.1 Idea central

El campo es la **fuerza por unidad de carga de prueba**. Separa la fuente del objeto que la siente.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F} \text{ sobre } q_0}{q_0} \quad [\vec{E}] = \text{N/C} = \text{V/m}$$

Campo de una carga puntual q en $\vec{r}_q$:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_q|^3} (\vec{r} - \vec{r}_q)$$

- Sale de cargas **positivas**, entra en **negativas**.
- Conocido $\vec{E}$, la fuerza sobre cualquier carga es inmediata: $\vec{F} = q\vec{E}$.

1.3.2 El porqué

La carga de prueba q_0 debe ser “infinitesimal” para no perturbar la distribución: $\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \vec{F}/q_0$. El campo es propiedad del **espacio creada por las fuentes**.

1.3.3 Ejemplo resuelto 2.1 — Campo y fuerza

$Q = +4 \mu\text{C}$ en el origen. (a) $\vec{E}$ en $P = (0, 3, 0)$ m. (b) Fuerza sobre $q = -1 \text{ nC}$ en P .

(a) $E = kQ/r^2 = 8,99 \times 10^9 \cdot 4 \times 10^{-6}/0,3^2 = 3,99 \times 10^5 \text{ N/C}$, en $+\hat{x}$.

(b) $\vec{F} = q\vec{E} = -3,99 \times 10^{-4} \hat{x} \text{ N}$ (hacia Q , porque $q < 0$).

1.4 3. Principio de superposición

1.4.1 Idea central

El campo de varias cargas es la **suma vectorial** de los campos individuales. Nada de sumar módulos.

$$\vec{E}_{\text{total}}(\vec{r}) = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)$$

1.4.2 Receta de examen (no falla)

1. Dibuja P y cada carga. 2. Calcula $\vec{E}_i$ (módulo kq_i/r_i^2 , unitario hacia/desde la carga según signo).
2. **Descompón en x, y .** 4. Suma componente a componente. 5. Recompón módulo y ángulo.

1.4.3 Errores típicos

- Sumar módulos sin proyectar (solo vale si son colineales y del mismo sentido).
- Olvidar que $\hat{r}$ de una carga negativa apunta **hacia** ella.
- Equivocar el signo de la componente al proyectar.

1.4.4 Ejemplo resuelto 3.1 — Campo en la mediatriz de un dipolo

$+q$ en $(-a, 0)$ y $-q$ en $(+a, 0)$. Campo en $P = (0, y)$.

Cada carga a $r = \sqrt{a^2 + y^2}$. Por simetría las componentes y se cancelan y las x se suman:

$$E_x = -\frac{2kqa}{(a^2 + y^2)^{3/2}}, \quad E_y = 0.$$

Apunta de $+q$ a $-q$ ($-\hat{x}$). Para $y \gg a$: $E_x \approx -2kqa/y^3$ (cae como $1/y^3$: firma del dipolo).

Funciones de campo listas.

1.4.5 Figura 1 — Vectores de campo $\vec{E}$ de una carga puntual positiva (quiver)

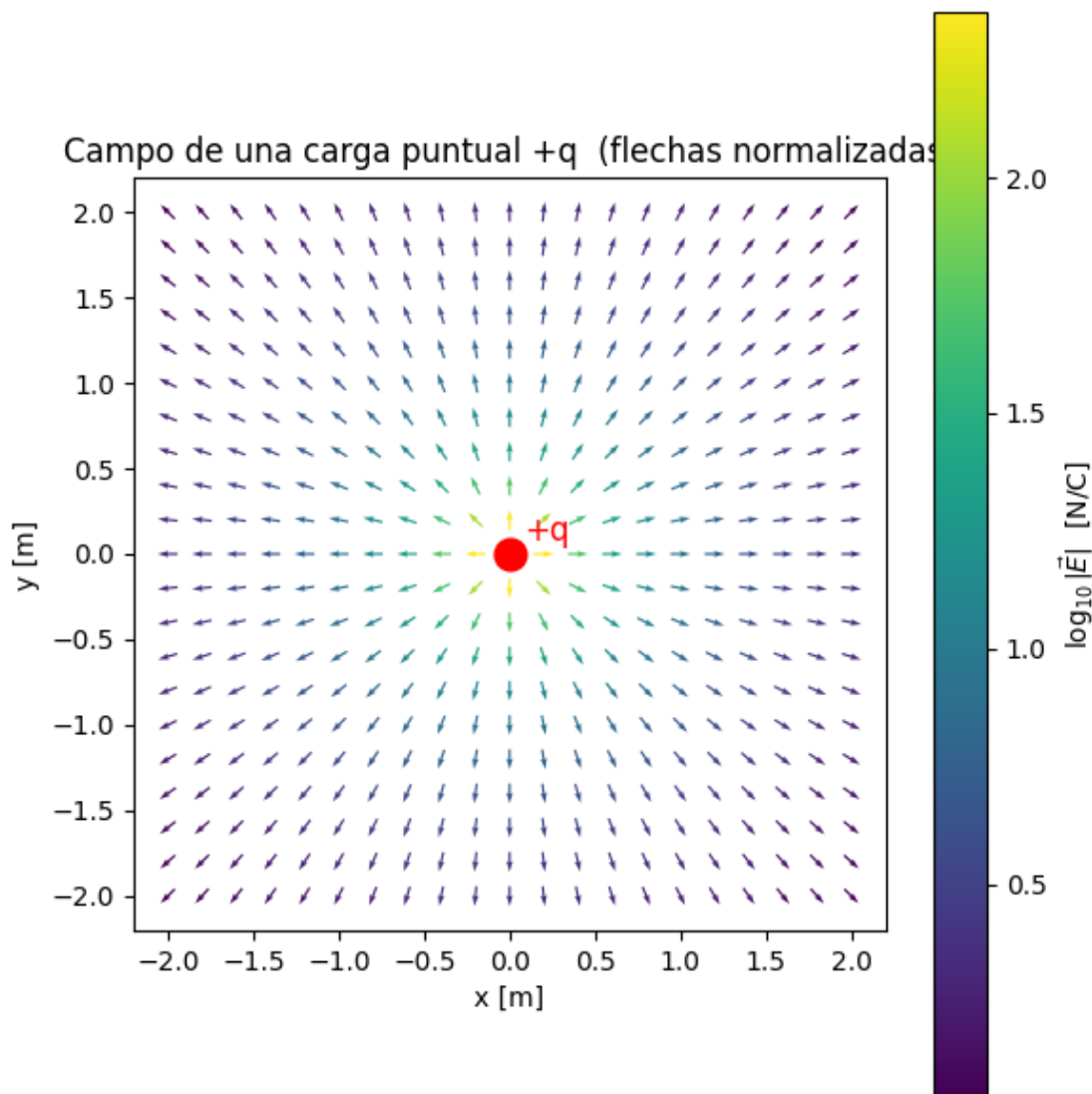
Campo radial saliente; flechas normalizadas para ver la dirección, color $\propto \log|\vec{E}|$.

```
/tmp/ipykernel_1233625/3968050044.py:6: RuntimeWarning: invalid value  
encountered in divide
```

```
Exn, Eyn = Ex / E, Ey / E
```

```
/tmp/ipykernel_1233625/3968050044.py:9: RuntimeWarning: divide by zero  
encountered in log10
```

```
qv = ax.quiver(X, Y, Exn, Eyn, np.log10(E), cmap="viridis", pivot="mid")
```



1.5 4. Líneas de campo (criterios del curso)

1.5.1 Idea central

Las **líneas de campo** son trayectorias **tangentes a $\vec{E}$ en cada punto**. Representación simbólica: dibujamos un número finito, pero el campo existe en todo el espacio.

1.5.2 Reglas (textuales de los apuntes, Dpto. Física Aplicada III)

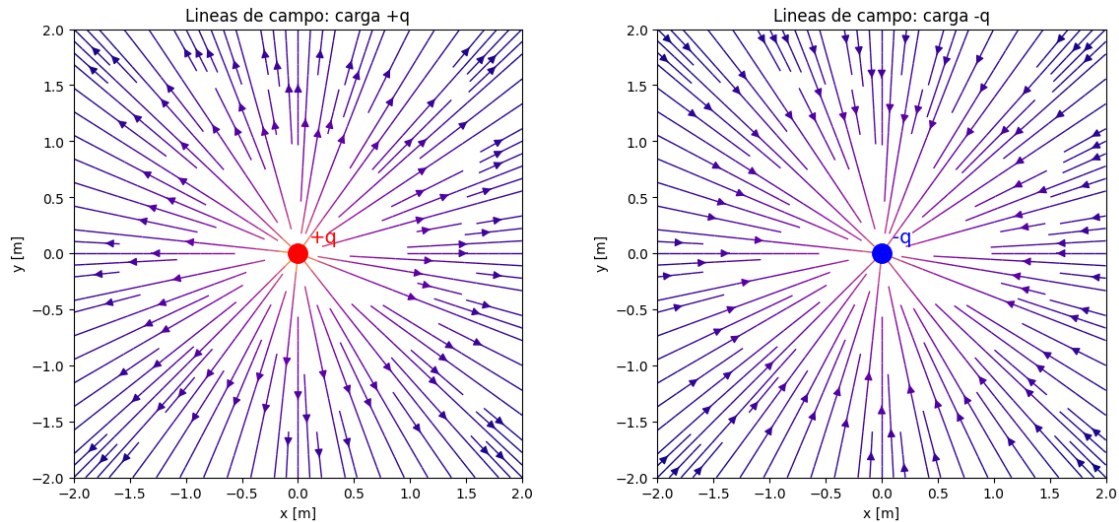
- $\vec{E}$ es **tangente** a la línea; el **sentido de recorrido** coincide con el de $\vec{E}$.
- Por cada punto pasa **una sola** línea $\Rightarrow$ **dos líneas no se cortan** (salvo donde $\vec{E} = 0$ o ∞).
- Son **abiertas**: salen de + y entran en - (o van/vienen del infinito).
- El **número de líneas** por carga es proporcional a $|q|$, dibujadas **equiespaciadas**.
- Carga total positiva $\Rightarrow$ líneas netas que **acaban en el infinito** (negativa: salen del infinito).

- La **densidad** de líneas ($\perp$) es proporcional a $|\vec{E}|$: más concentradas = campo más intenso.
- A distancias grandes, líneas **radiales y equiespaciadas** (se ve como carga puntual neta).

Error típico: una línea **no** indica la magnitud a lo largo de ella; la intensidad se lee de la **concentración**.

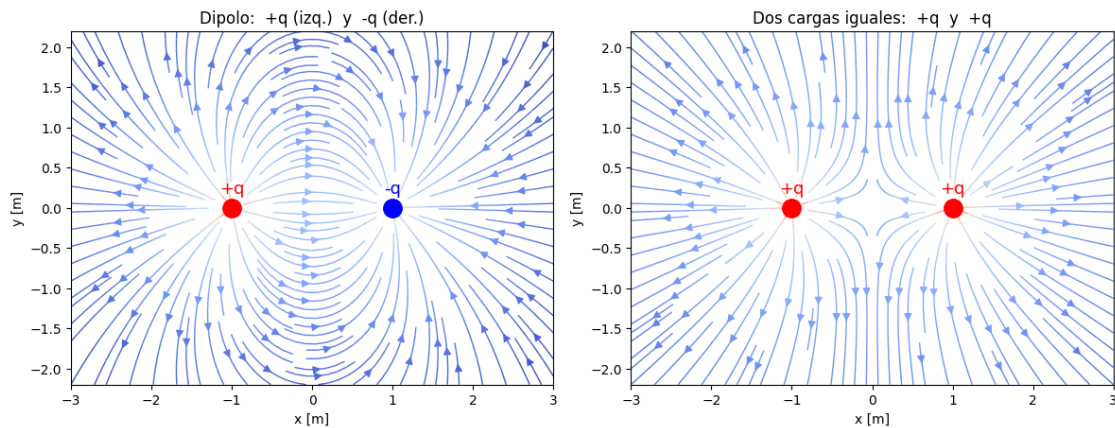
1.5.3 Figura 2 — Líneas de campo de una carga única (streamplot)

Líneas radiales, equiespaciadas. Comparamos $+q$ y $-q$.



1.5.4 Figura 3 — Dipolo ($+q, -q$) y dos cargas iguales ($+q, +q$)

- **Dipolo:** líneas que **salen de $+q$ y entran en $-q$** .
- **Dos iguales:** entre ellas hay un **punto de silla** con $\vec{E} = 0$ (las líneas “se repelen”, no se cruzan).



1.6 5. Campo de distribuciones continuas

1.6.1 Idea central / método

Carga repartida: **trocea** en dq , escribe $d\vec{E}$, **usa la simetría** para cancelar componentes, **integra**.

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r}, \quad dq = \lambda dl \text{ (C/m)} \mid \sigma dA \text{ (C/m}^2\text{)} \mid \rho dV$$

1.6.2 Resultados a memorizar (los usas directamente)

(a) **Anillo de radio R , carga Q , en su eje (distancia x):**

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

Centro ($x = 0$): $E = 0$. · Lejos ($x \gg R$): $E \approx kQ/x^2$. · **Máximo en $x = R/\sqrt{2}$.**

(b) **Disco de radio R , densidad σ , en su eje:**

$$E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)$$

Límite $R \rightarrow \infty$: **plano infinito** $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (constante).

(c) **Hilo recto infinito, densidad λ , a distancia d :**

$$E = \frac{2k\lambda}{d}$$

Radial al hilo, decae como $1/d$ (¡no $1/d^2$!).

1.6.3 Errores típicos

- Usar $1/r^2$ para el hilo (es $1/d$) o para el plano (es constante).
- Olvidar que en el eje del anillo/disco solo sobrevive la componente **axial**.
- Meter Q total donde toca dq sin integrar.

1.6.4 Ejemplo resuelto 5.1 — Anillo (porqué breve)

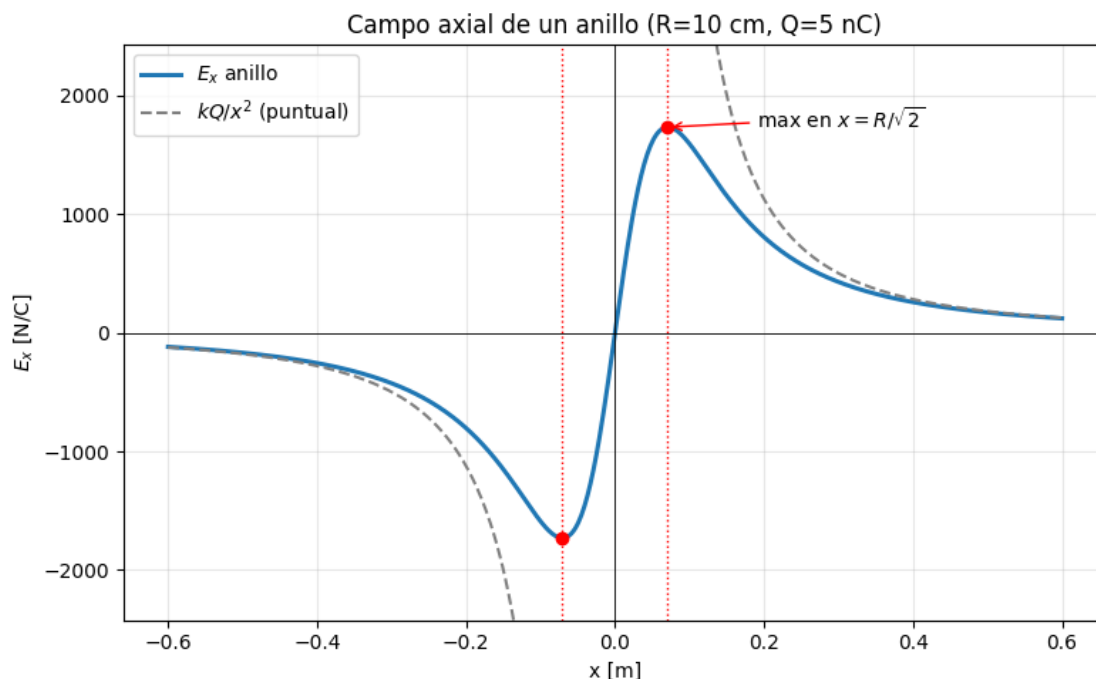
Un dq crea $dE = k dq/r^2$ con $r = \sqrt{x^2 + R^2}$. Por simetría solo queda la axial:

$$dE_x = \frac{k dq}{x^2 + R^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}.$$

x, R constantes en la integral $\Rightarrow \int dq = Q$ y sale el resultado encajonado.

1.6.5 Figura 4 — $E(x)$ en el eje de un anillo cargado

$E(0) = 0$, **máximo** en $x = R/\sqrt{2}$, y cola que tiende a kQ/x^2 (carga puntual).



Maximo en $x = 7.07$ cm, $E_{\text{max}} = 1.730\text{e}+03$ N/C

1.7 6. Dipolo eléctrico y par sobre un dipolo

1.7.1 Idea central

Dipolo = dos cargas $\pm q$ separadas $\vec{d}$ (de $-q$ a $+q$). Se resume en el **momento dipolar**:

$$\boxed{\vec{p} = q \vec{d}} \quad [\vec{p}] = \text{C} \cdot \text{m}, \quad \text{apunta de } -q \text{ a } +q.$$

Campo lejano (cae como $1/r^3$):

$$E_{\text{eje}} \approx \frac{2kp}{r^3}, \quad E_{\perp} \approx \frac{kp}{r^3}.$$

1.7.2 Dipolo en campo externo uniforme $\vec{E}$

Fuerza neta **cero** ($\pm q\vec{E}$ se cancelan), pero hay **par** que alinea $\vec{p}$ con $\vec{E}$:

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}} \quad \tau = pE \sin \theta, \quad \boxed{U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \theta}$$

- $\theta = 0$: equilibrio **estable**, U mín, $\tau = 0$. · $\theta = \pi$: **inestable**, U máx. · $\theta = \pi/2$: par **máximo**.

1.7.3 Errores típicos

- Suponer fuerza neta en campo **uniforme** (no la hay; en campo **no** uniforme sí).
- Confundir el sentido de $\vec{p}$ (va de $-$ a $+$). • Poner $U = +\vec{p} \cdot \vec{E}$ (el signo es **menos**).

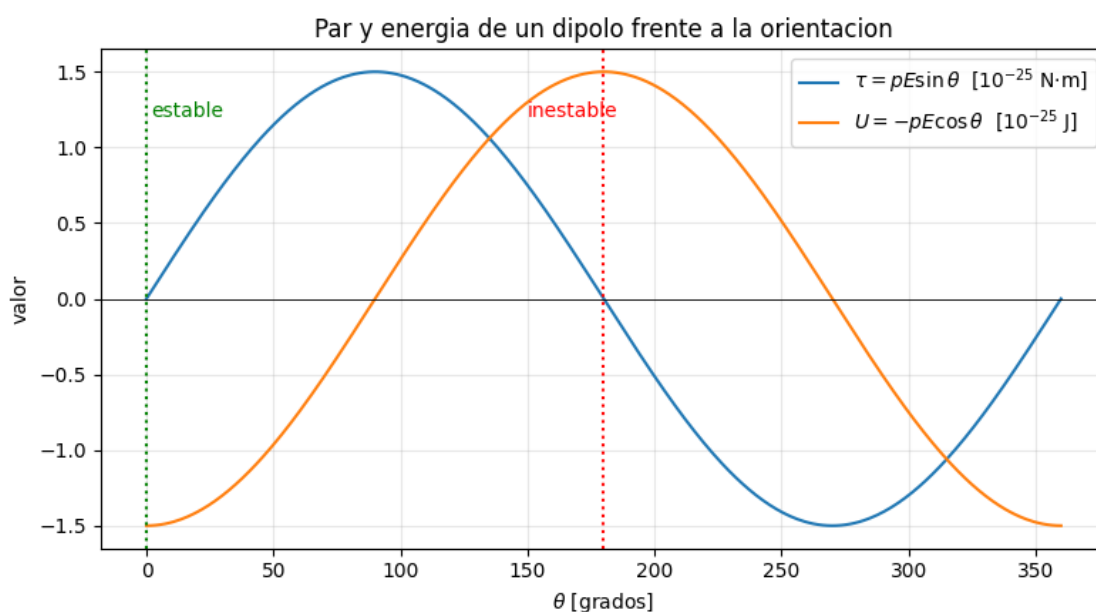
1.7.4 Ejemplo resuelto 6.1 — Par sobre un dipolo

$p = 6 \times 10^{-30}$ C m (orden de la molécula de agua), $E = 2,5 \times 10^4$ N/C, $\theta = 60^\circ$.

$$\tau = pE \sin \theta = 1,30 \times 10^{-25} \text{ N m}, \quad U = -pE \cos \theta = -7,5 \times 10^{-26} \text{ J}.$$

El par tiende a **reducir** θ (alinear $\vec{p}$ con $\vec{E}$).

```
tau = [ 0.00000000e+00  0.00000000e+00 -1.29903811e-25]  |tau| = 1.299e-25 N*m
U    = -7.500e-26 J
```



1.8 Resumen de fórmulas (chuleta)

Concepto	Fórmula	Notas
Ley de Coulomb	$\vec{F} = \frac{kq_1q_2}{r^3} \vec{r}_{12}$	$k = 8,99 \times 10^9$
Campo puntual	$\vec{E} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$	sale de $+$, entra en $-$
Superposición	$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$	suma vectorial
Anillo (eje)	$E_x = \frac{kQx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$	máx en $x = R/\sqrt{2}$
Disco (eje)	$E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)$	plano: $\sigma/2\epsilon_0$

Concepto	Fórmula	Notas
Hilo infinito	$E = \frac{2k\lambda}{d}$	decae $1/d$
Momento dipolar	$\vec{p} = q\vec{d}$	de $-$ a $+$
Par sobre dipolo	$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$	alinea $\vec{p}$ con $\vec{E}$
Energía dipolo	$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$	mín en $\theta = 0$

1.8.1 Conexiones

- Siguiente: **Ley de Gauss** (atajo con simetría) y **potencial eléctrico** V , con $\vec{E} = -\nabla V$.