

03_potencial_electrico

June 19, 2026

1 Física II (GIERM) — Potencial eléctrico y energía

Nota sobre las fuentes. Los PDFs específicos de *Potencial eléctrico y Capacidad* de los Apuntes Oficiales están **escaneados como imagen** (la extracción de texto con `pdftotext` devolvió 0 caracteres útiles). Por tanto este cuaderno usa **contenido estándar canónico** de electrostática (nivel Física II de ingeniería), coherente con el temario GIERM. Convenio SI con $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 8.99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$.

Enfoque (Mecatrónica, orientado a examen): primero el *ejemplo resuelto*, luego el porqué; resultados y uso por delante de la deducción larga.

1.1 Índice

1. Trabajo, energía potencial y potencial V
2. Relación $\vec{E} = -\nabla V$
3. Superficies equipotenciales
4. Potencial de distribuciones de carga
5. Energía de un sistema de cargas
6. Figuras: equipotenciales + líneas de campo (carga y dipolo), $V(r)$ y $E(r)$
7. Errores típicos y checklist de examen

1.2 1. Trabajo, energía potencial y potencial V

1.2.1 Idea central

El campo electrostático es **conservativo**: el trabajo de la fuerza eléctrica al mover una carga entre dos puntos **no depende del camino**. Eso permite definir una **energía potencial** U y, dividiendo por la carga de prueba, un campo escalar: el **potencial** V .

1.2.2 Por qué importa

- Un escalar (V) es más fácil de manejar que un vector ($\vec{E}$): se suman números, no flechas.
- En circuitos y dispositivos (Mecatrónica) lo que mides con un voltímetro es **diferencia de potencial**, no campo.

1.2.3 Fórmulas clave

Trabajo de la fuerza eléctrica de A a B :

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Energía potencial (definida salvo constante):

$$\Delta U = U_B - U_A = -W_{A \rightarrow B} = -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Potencial (energía potencial por unidad de carga):

$$V \equiv \frac{U}{q}, \quad \Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Unidad: voltio, $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$.

Potencial de una **carga puntual** (referencia $V(\infty) = 0$):

$$V(r) = \frac{kq}{r}$$

Energía de una carga q donde el potencial vale V : $U = qV$. Unidad práctica: $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$.

1.2.4 Ejemplo 1 — Trabajo para acercar una carga

$Q = +5 \mu\text{C}$ está fija. Traemos $q = +2 \mu\text{C}$ desde el infinito hasta $r = 0.30 \text{ m}$. ¿Trabajo del agente externo?

Paso 1. Potencial creado por Q : $V = \frac{kQ}{r} = \frac{(8.99 \times 10^9)(5 \times 10^{-6})}{0.30} = 1.498 \times 10^5 \text{ V}$.

Paso 2. Energía potencial final: $U = qV = (2 \times 10^{-6})(1.498 \times 10^5) = 0.300 \text{ J}$.

Paso 3. $W_{\text{ext}} = \Delta U = +0.300 \text{ J}$. Positivo: hay que empujar contra la repulsión.

1.2.5 Ejemplo 2 — Velocidad por conservación de energía

Un protón ($q = +e$, $m = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$) parte del reposo en $V_A = 2000 \text{ V}$ y llega a $V_B = 0 \text{ V}$. ¿Rapidez final?

Paso 1. Solo fuerza eléctrica $\Rightarrow$ conservación: $\Delta K = -\Delta U = -q(V_B - V_A)$.

Paso 2. $\Delta U = q(V_B - V_A) = (1.6 \times 10^{-19})(0 - 2000) = -3.2 \times 10^{-16} \text{ J}$.

Paso 3. $K_B = 3.2 \times 10^{-16} \text{ J} \Rightarrow v = \sqrt{2K/m} = \sqrt{\frac{2(3.2 \times 10^{-16})}{1.67 \times 10^{-27}}} \approx 6.2 \times 10^5 \text{ m/s}$. La carga positiva **cae** hacia potenciales bajos.

1.3 2. Relación entre campo y potencial: $\vec{E} = -\nabla V$

1.3.1 Idea central

El campo es el **gradiente cambiado de signo** del potencial. $\vec{E}$ apunta en la dirección de **máxima disminución** de V (cuesta abajo del potencial).

1.3.2 Fórmulas

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{z}\right)$$

Con simetría radial: $E_r = -\frac{dV}{dr}$. A la inversa: $V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$. Unidad: V/m = N/C.

1.3.3 Ejemplo 3 — De V a $\vec{E}$

$V(x, y, z) = 3x^2y - 2z$ (V, coords en m). Halla $\vec{E}$ en $(1, 2, -1)$.

Paso 1. $\frac{\partial V}{\partial x} = 6xy$, $\frac{\partial V}{\partial y} = 3x^2$, $\frac{\partial V}{\partial z} = -2$.

Paso 2. $\vec{E} = -(6xy\hat{x} + 3x^2\hat{y} - 2\hat{z})$.

Paso 3. En $(1, 2, -1)$: $\vec{E} = -(12\hat{x} + 3\hat{y} - 2\hat{z}) = (-12, -3, +2)$ V/m.

Coherencia: para carga puntual $V = kq/r \Rightarrow E_r = -dV/dr = kq/r^2$. Recupera Coulomb.

1.4 3. Superficies equipotenciales

1.4.1 Idea central

Superficie equipotencial = lugar de puntos con el mismo V . Lo que se pregunta en examen:

- $\vec{E}$ es **siempre perpendicular** a la equipotencial (mover una carga sobre ella no cuesta trabajo: $\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$).
- **No se hace trabajo** al moverse sobre una equipotencial: $W = q\Delta V = 0$.
- Equipotenciales **juntas** $\Rightarrow$ campo **intenso** ($E = |dV/dn|$ grande).
- La superficie de un **conductor en equilibrio** es equipotencial, y todo su volumen está al mismo V .

Carga puntual $\Rightarrow$ equipotenciales **esféricas** ($V = kq/r = \text{cte} \Rightarrow r = \text{cte}$); en 2D, circunferencias.

1.4.2 Mini-ejemplo

¿Trabajo para llevar $q = 3\mu\text{C}$ entre dos puntos de la equipotencial de 50 V? **Cero:** $\Delta V = 0 \Rightarrow W = q\Delta V = 0$, sea cual sea el camino.

1.5 4. Potencial de distribuciones de carga

1.5.1 Idea central

V es **escalar** y se **superpone sumando** (más cómodo que sumar campos vectorialmente). Tomamos $V(\infty) = 0$.

1.5.2 Fórmulas

Discreto: $V(\vec{r}) = k \sum_i \frac{q_i}{r_i}$. **Continuo:** $V(\vec{r}) = k \int \frac{dq}{r}$, con $dq = \lambda dl, \sigma dA, \rho dV$.

Resultados canónicos (memorizar):

Distribución	V	E
Carga puntual	kq/r	kq/r^2
Esfera conductora (radio R), fuera $r \geq R$	kQ/r	kQ/r^2
Esfera conductora, dentro $r < R$	kQ/R (cte)	0
Hilo infinito (λ)	$-\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{r_0}$	$\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$
Plano infinito (σ)	$-\frac{\sigma}{2\epsilon_0} x + V_0$	$\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (cte)
Dipolo (lejos, $r \gg d$)	$\frac{k p \cos \theta}{r^2}$	$\sim 1/r^3$

Ojo con la referencia: para hilo y plano infinitos **no** vale $V(\infty) = 0$; se elige r_0 finito.

1.5.3 Ejemplo 4 — Potencial en el eje de un anillo

Anillo de radio a , carga total Q uniforme. V en el eje a distancia x del centro.

Paso 1. Todo dq está a la **misma** distancia $r = \sqrt{a^2 + x^2}$ del punto.

Paso 2. r constante sale de la integral: $V(x) = \frac{k}{\sqrt{a^2 + x^2}} \int dq = \boxed{\frac{kQ}{\sqrt{a^2 + x^2}}}$.

Paso 3 (campo en el eje). $E_x = -\frac{dV}{dx} = \frac{kQx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$. En $x = 0$: $V = kQ/a$ máximo pero $E_x = 0$. $V \neq 0$ **no** implica $E \neq 0$.

1.5.4 Ejemplo 5 — Dos cargas

$q_1 = +4 \text{ nC}$ en $(-1, 0)$ m y $q_2 = -4 \text{ nC}$ en $(+1, 0)$ m. V en $(0, 1)$ m.

Paso 1. $r_1 = r_2 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ (simetría).

Paso 2. $V = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) = k \frac{q_1 + q_2}{\sqrt{2}} = k \frac{(+4 - 4) \text{ nC}}{\sqrt{2}} = 0$.

Paso 3. $V = 0$ pero $\vec{E} \neq 0$: el plano mediador del dipolo es equipotencial de 0 V con campo perpendicular a él.

1.6 5. Energía de un sistema de cargas

1.6.1 Idea central

La **energía de configuración** U es el trabajo de **ensamblar** el sistema trayendo las cargas desde el infinito. Se cuenta cada **par una sola vez**.

1.6.2 Fórmulas

Para N cargas puntuales:

$$U = k \sum_{i < j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_i q_i V_i$$

V_i = potencial en la posición de q_i debido a **las demás**. El $\frac{1}{2}$ evita contar cada par dos veces.
(Continuo: $U = \frac{1}{2} \int \rho V dV = \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 dV$.)

1.6.3 Ejemplo 6 — Triángulo de cargas

Tres cargas $q = +2 \mu\text{C}$ en los vértices de un triángulo equilátero de lado $a = 0.10 \text{ m}$.
Energía total.

Paso 1. $\binom{3}{2} = 3$ pares, todos a distancia a y producto q^2 : $U = \frac{3kq^2}{a}$.

Paso 2. $U = \frac{3(8.99 \times 10^9)(2 \times 10^{-6})^2}{0.10} \approx 1.08 \text{ J}$.

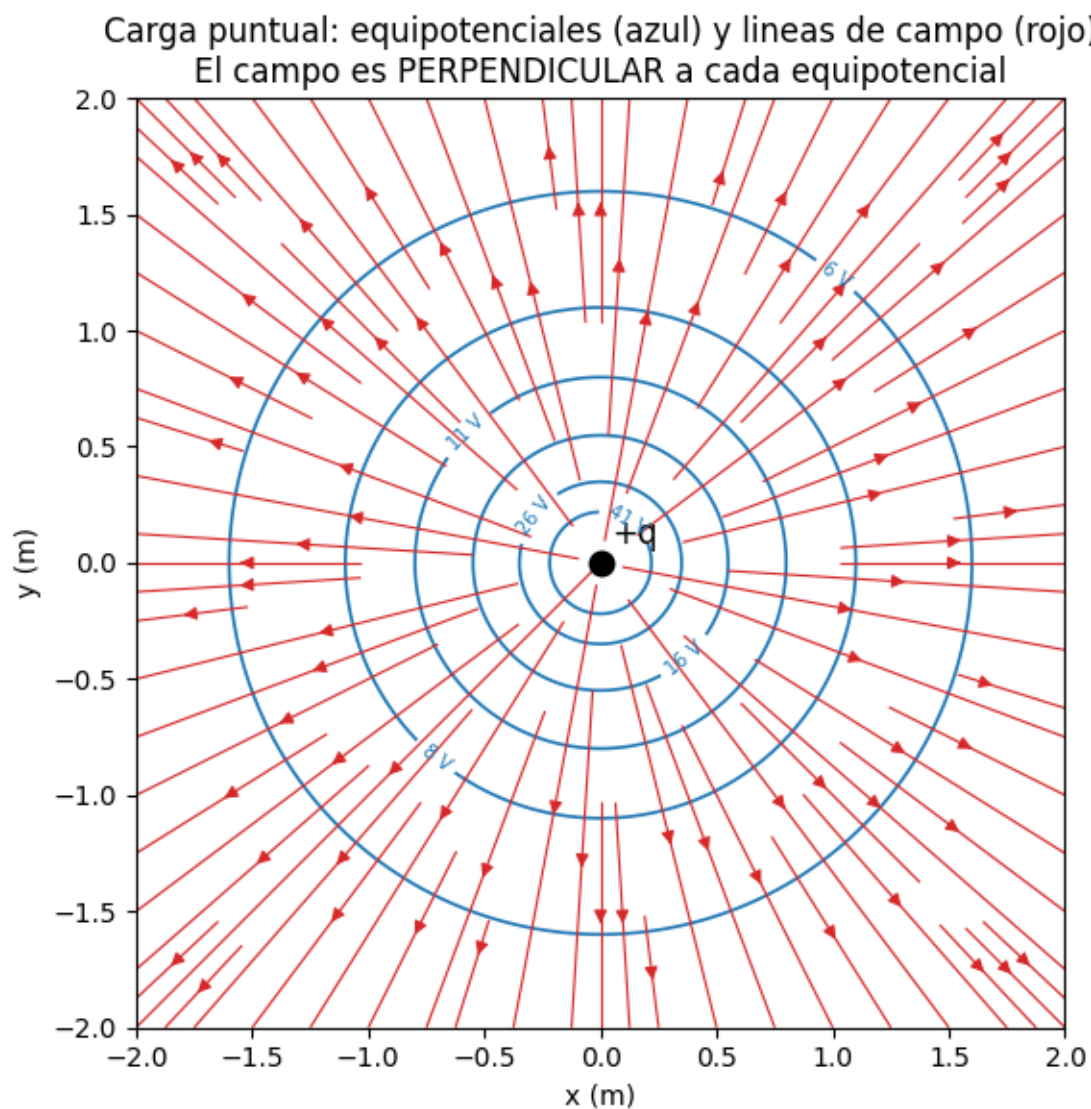
Paso 3. Positiva $\Rightarrow$ hay que **gastar** energía para juntarlas (se repelen). Una carga negativa daría par con signo negativo.

1.7 6. Figuras

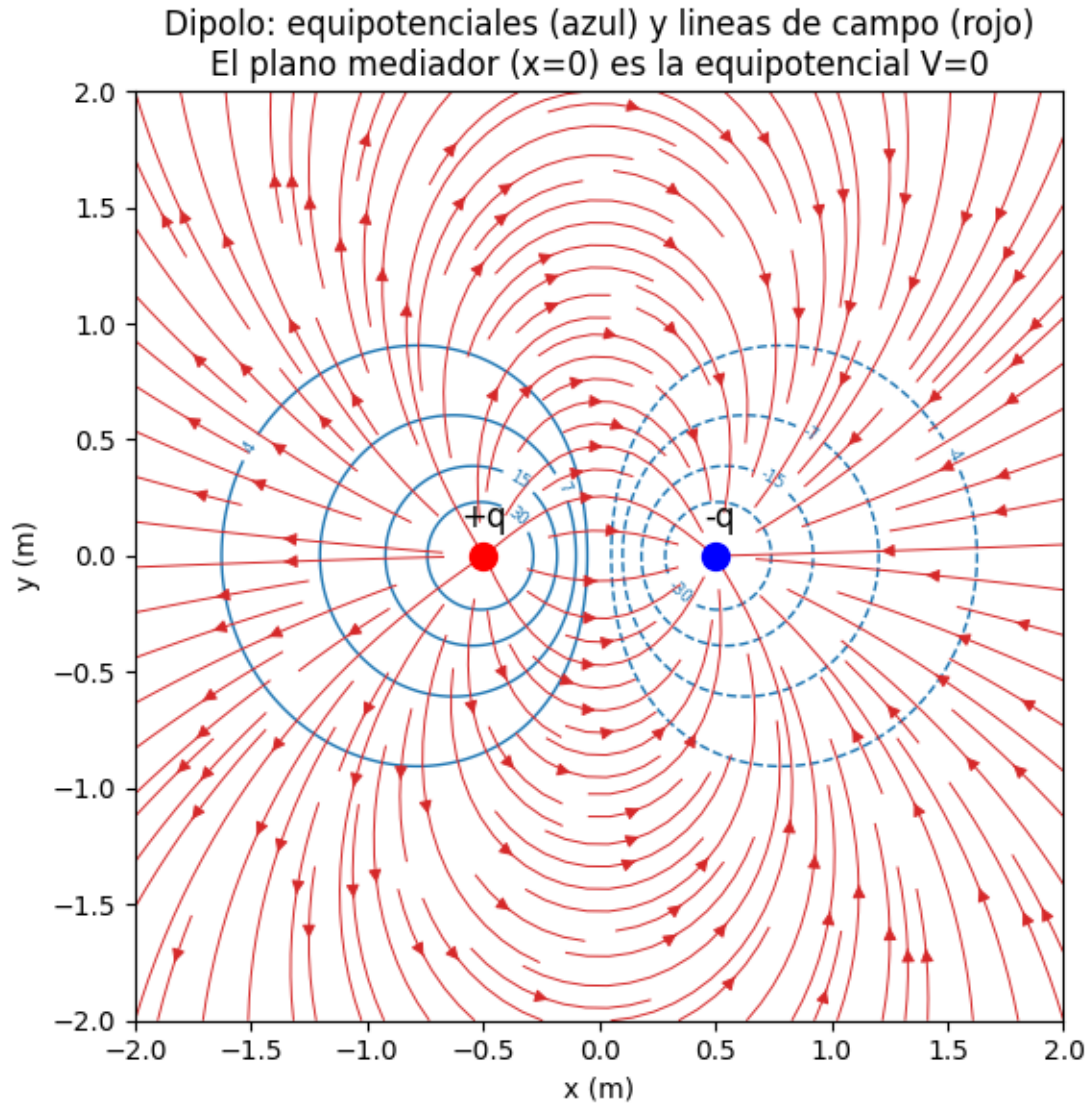
Visualizamos lo anterior con `numpy` + `matplotlib` (autocontenido). Superponemos **equipotenciales** (`contour`) y **líneas de campo** (`streamplot/quiver`), comprobando gráficamente que $\vec{E} \perp$ **equipotenciales**.

Funciones listas. `k = 8990000000.0 N m^2/C^2`

1.7.1 6.1 Carga puntual — equipotenciales (círculos) + líneas de campo (radiales)

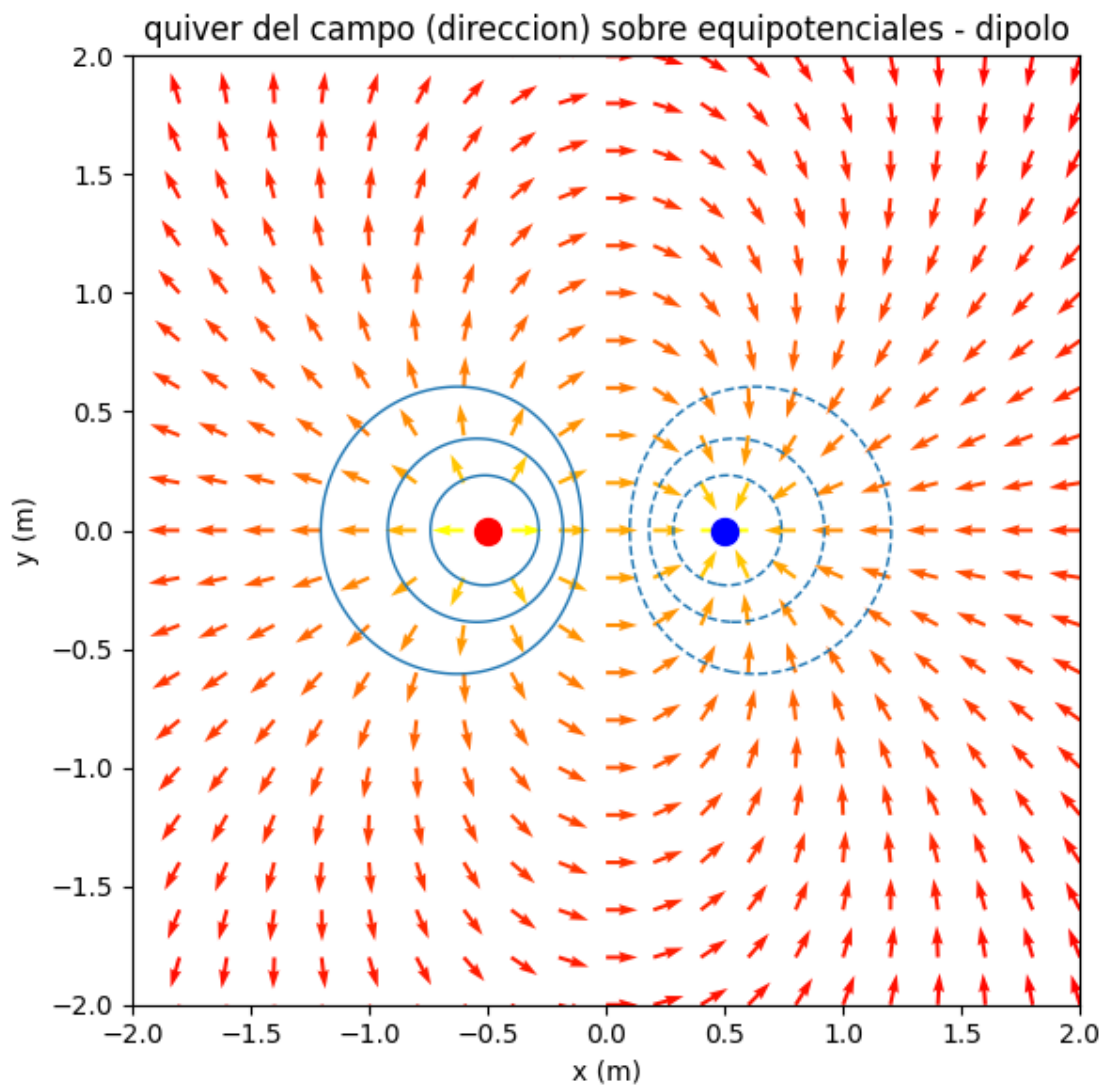


1.7.2 6.2 Dipolo eléctrico — $+q$ y $-q$



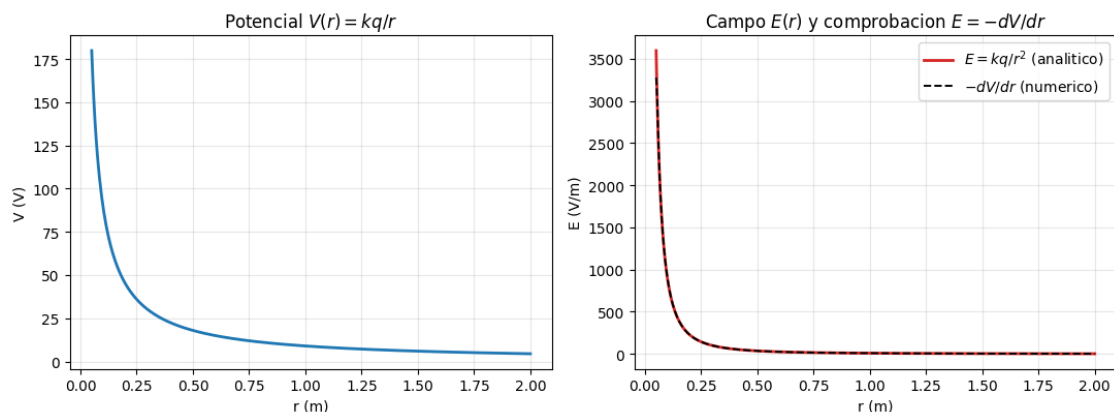
1.7.3 6.3 Líneas de campo con quiver (vectores) sobre equipotenciales

El quiver muestra el vector $\vec{E}$ en rejilla gruesa: cada flecha cruza las equipotenciales **en ángulo recto** y apunta de V alto a V bajo.



1.7.4 6.4 $V(r)$ y $E(r)$ de una carga puntual

Comprobamos numéricamente $E_r = -\frac{dV}{dr}$: la derivada numérica del potencial coincide con kq/r^2 .



Error relativo medio $|E - (-dV/dr)|/E$ (zona central): 0.00016792983563461392

1.8 7. Errores típicos y checklist de examen

1.8.1 Errores típicos

- **Confundir V con $\vec{E}$.** V escalar (suma de números); $\vec{E}$ vector (suma de flechas).
- **Creer que $V = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0$** (o al revés). Centro de un anillo: $V \neq 0$, $E = 0$. Plano mediador de un dipolo: $V = 0$, $E \neq 0$.
- **Olvidar el signo** — en $\vec{E} = -\nabla V$ y en $\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$.
- **Tomar $V(\infty) = 0$ para hilo o plano infinitos** (la integral diverge; usa referencia finita).
- **Contar pares dos veces** en la energía: usa $\sum_{i < j}$ o el factor $\frac{1}{2}$.
- **Mezclar unidades.** $\mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, $\text{nC} = 10^{-9} \text{ C}$; k ya incluye $1/4\pi\epsilon_0$.
- **Signo del trabajo:** $W_{\text{campo}} = -\Delta U$; $W_{\text{ext}} = +\Delta U$ (a velocidad constante).

1.8.2 Checklist de 1 minuto

1. ¿Pide V (escalar) o $\vec{E}$ (vector)? Prefiere superponer escalares.
2. ¿Referencia de potencial? (∞ salvo distribuciones infinitas.)
3. ¿Simetría? Úsala: $E_r = -dV/dr$, o todos los dq equidistantes (anillo).
4. Energía de sistema $\rightarrow$ cada par **una vez**.
5. Comprueba signos y unidades antes de cerrar.

1.8.3 Resumen de fórmulas

Magnitud	Fórmula
Potencial carga puntual	$V = kq/r$
Campo desde potencial	$\vec{E} = -\nabla V$
Dif. de potencial	$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$
Energía de una carga	$U = qV$
Superposición	$V = k \sum_i q_i/r_i$
Energía de sistema	$U = k \sum_{i < j} q_i q_j / r_{ij} = \frac{1}{2} \sum_i q_i V_i$

Cuaderno docente para Física II (GIERM). Fuentes: contenido canónico estándar (los PDFs oficiales de potencial estaban escaneados como imagen, sin texto extraíble).