

05_condensadores

June 19, 2026

1 Condensadores y capacidad — Física II (GIERM)

Tema 5 del bloque de Electromagnetismo. Apuntes propios destilados de los oficiales (*Condensadores*, Dpto. Física Aplicada III) + ampliación con los condensadores cilíndrico/esférico y el efecto del dieléctrico.

Enfoque de examen, Mecatrónica: **idea** → **porqué** → **fórmulas** → **ejemplos resueltos** → **errores típicos**, con figuras.

1.1 Mapa del tema

1. **Capacidad:** qué es y de qué depende.
2. **Geometrías:** condensador plano, cilíndrico y esférico.
3. **Asociaciones:** serie y paralelo.
4. **Energía almacenada** y densidad de energía.
5. **Dieléctricos:** cómo aumentan la capacidad.

1.2 1. Capacidad — idea central

Un **condensador** son dos conductores (armaduras) separados por un aislante. Una batería transfiere carga de uno a otro: quedan con $+Q$ y $-Q$. Entre ellos aparece un campo $\vec{E}$ y una diferencia de potencial ΔV .

Por qué nos importa: almacena energía eléctrica para liberarla después (flash de cámara, filtrado en fuentes, circuitos de corriente alterna).

La clave experimental es que **la carga es proporcional a la d.d.p.:** $Q \propto \Delta V$. La constante de proporcionalidad es la **capacidad**:

$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta V}} \quad [C] = \frac{C}{V} = F \text{ (faradio)}$$

El faradio es enorme, así que en la práctica se usan submúltiplos:

$$1 \mu F = 10^{-6} F, \quad 1 nF = 10^{-9} F, \quad 1 pF = 10^{-12} F$$

Idea fundamental: C **no** depende de Q ni de V . Depende **solo** de la *geometría* (forma y posición de los conductores) y del *material aislante* entre ellos. Si subes Q , sube V en la misma proporción y el cociente no cambia.

1.3 2. Geometrías clásicas

Para cada geometría la receta es siempre la misma: 1. Hallar $\vec{E}$ entre armaduras (normalmente con **Gauss**). 2. Integrar $\Delta V = - \int_{-}^{+} \vec{E} \cdot d\vec{l}$ para relacionar V con Q . 3. Hacer el cociente $C = Q/\Delta V$ (la Q siempre se cancela).

1.3.1 2.1 Condensador plano

Dos placas paralelas de área S , separadas $d \ll$ dimensiones de las placas. El campo entre ellas es uniforme (superposición de dos planos infinitos de carga):

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{S \varepsilon_0}, \quad \Delta V = E d = \frac{Q d}{S \varepsilon_0}$$

$$C_{\text{plano}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Efecto de borde: en un condensador real las líneas de campo se curvan en los bordes. Es despreciable si S es grande frente a d (placas anchas y juntas).

1.3.2 2.2 Condensador cilíndrico

Dos cilindros coaxiales de longitud L , radios $a < b$. Por Gauss, $E(r) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L r}$:

$$\Delta V = \int_a^b E dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln \frac{b}{a} \Rightarrow C_{\text{cil}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(b/a)}$$

1.3.3 2.3 Condensador esférico

Dos esferas concéntricas de radios $a < b$. Con $E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$:

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \Rightarrow C_{\text{esf}} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{a b}{b - a}$$

Caso límite útil: una esfera **aislada** equivale a $b \rightarrow \infty$, dando $C = 4\pi\varepsilon_0 a$.

1.3.4 Ejemplo resuelto 1 — Condensador plano (worked example)

Enunciado. Un condensador plano tiene placas cuadradas de lado 10 cm separadas 0,5 mm de vacío. (a) ¿Cuál es su capacidad? (b) Si se conecta a 12 V, ¿qué carga almacena?

Solución. - $S = (0,10 \text{ m})^2 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m}^2$, $d = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$. - (a) $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{(8,85 \times 10^{-12})(10^{-2})}{5 \times 10^{-4}} \approx 1,77 \times 10^{-10} \text{ F} = 177 \text{ pF}$. - (b) $Q = C V = (1,77 \times 10^{-10})(12) \approx 2,1 \times 10^{-9} \text{ C} = 2,1 \text{ nF} \cdot \text{V} = 2,1 \text{ nC}$.

Lo verificamos numéricamente abajo.

- (a) Capacidad $C = 1.771 \times 10^{-10} \text{ F} = 177.1 \text{ pF}$
 (b) Carga $Q = 2.125 \times 10^{-9} \text{ C} = 2.12 \text{ nC}$

1.4 3. Asociaciones de condensadores

1.4.1 3.1 En paralelo

Mismas placas conectadas al mismo par de potenciales $\Rightarrow$ **misma** ΔV en todos. Las cargas se suman:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots \Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots = \sum_i C_i$$

La capacidad equivalente es **mayor** que cualquiera de las individuales (más superficie para almacenar carga a la misma V). *Analogía:* como resistencias en serie, se suman directo.

1.4.2 3.2 En serie

Conectados en cadena; el nodo intermedio está aislado y neutro $\Rightarrow$ **misma carga** Q en todos. Los voltajes se suman:

$$\Delta V = V_1 + V_2 + \dots = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \right) \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

La capacidad equivalente es **menor** que la más pequeña. Para dos: $C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$.

Truco mental (al revés de las resistencias): condensadores en *paralelo* $\rightarrow$ se suman; en *serie* $\rightarrow$ inversos. Es justo lo contrario de las resistencias. Físicamente: paralelo = misma V (suma cargas), serie = misma Q (suma voltajes).

1.4.3 Ejemplo resuelto 2 — Serie vs paralelo

Enunciado. Tres condensadores $C_1 = 2 \mu\text{F}$, $C_2 = 3 \mu\text{F}$, $C_3 = 6 \mu\text{F}$. Calcula C_{eq} (a) en paralelo y (b) en serie.

Solución. - (a) Paralelo: $C_{eq} = 2 + 3 + 6 = 11 \mu\text{F}$. - (b) Serie: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = 1 \Rightarrow C_{eq} = 1 \mu\text{F}$.

Nota cómo el paralelo supera al mayor (6) y el serie queda por debajo del menor (2).

1.4.4 Ejemplo resuelto 3 — Asociación mixta + carga/voltaje

Enunciado. $C_1 = 4 \mu\text{F}$ en serie con la asociación en paralelo de $C_2 = 3 \mu\text{F}$ y $C_3 = 3 \mu\text{F}$. Todo conectado a $V = 20 \text{ V}$. Halla C_{eq} , la carga total y la d.d.p. en C_1 .

Solución (paso a paso). 1. Paralelo: $C_{23} = C_2 + C_3 = 6 \mu\text{F}$. 2. Serie con C_1 : $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3+2}{12} = \frac{5}{12} \Rightarrow C_{eq} = 2,4 \mu\text{F}$. 3. Carga total (la que pasa por C_1 , al estar en serie):

$Q = C_{eq}V = 2,4\mu\text{F} \cdot 20 = 48\mu\text{C}$. 4. d.d.p. en C_1 : $V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{48}{4} = 12\text{ V}$ (y sobre el bloque paralelo caen 8 V).

Verificación numérica abajo.

Ejemplo 2

Paralelo: $C_{eq} = 11.00\text{ uF}$

Serie: $C_{eq} = 1.00\text{ uF}$

Ejemplo 3 (mixto)

C_{bc} (paralelo) = 6.0 uF

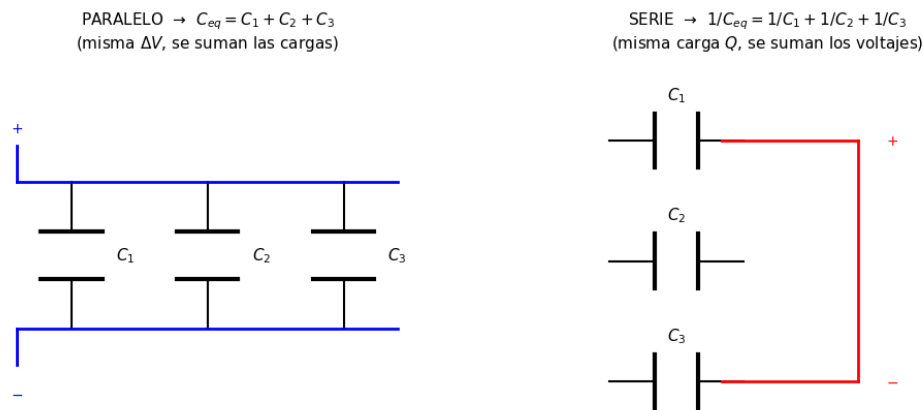
$C_{eq} = 2.4\text{ uF}$

$Q_{total} = 48\text{ uC}$

V en $C_1 = 12\text{ V}$ (bloque paralelo: 8 V)

1.4.5 Figura 1 — Diagramas de asociación serie vs paralelo

Visualización esquemática de ambas topologías con la regla de combinación.



1.5 4. Energía almacenada

Cargar el condensador cuesta trabajo: hay que llevar carga de una placa a la otra venciendo el campo que ya hay. Si en un instante hay carga q , la d.d.p. es q/C y mover dq cuesta $dW = \frac{q}{C} dq$. Integrando de 0 a Q :

$$U = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Usando $Q = CV$ se obtienen las **tres formas equivalentes** (todas útiles según el dato):

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q V$$

Densidad de energía. Esa energía reside en el campo. Para el plano, $U = \frac{1}{2}Q \Delta V = \frac{1}{2}(\sigma S)(Ed)$ y el volumen es Sd , luego

$$u = \frac{U}{\text{vol}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

válido en **cualquier** punto con campo eléctrico, no solo en condensadores.

El factor $\frac{1}{2}$ sale de la integral: la energía no es QV sino $\frac{1}{2}QV$, porque al principio del proceso de carga V es pequeño. Olvidarlo es el error más típico.

1.5.1 Ejemplo resuelto 4 — Energía y el factor 1/2

Enunciado. El condensador del Ejemplo 1 ($C = 177 \text{ pF}$) a 12 V. ¿Energía almacenada? ¿Y si subimos a 24 V?

Solución. - $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}(1,77 \times 10^{-10})(12)^2 \approx 1,3 \times 10^{-8} \text{ J} = 13 \text{ nJ}$. - A 24 V (doble voltaje): $U \propto V^2 \Rightarrow \text{energía} \times 4 = 51 \text{ nJ}$.

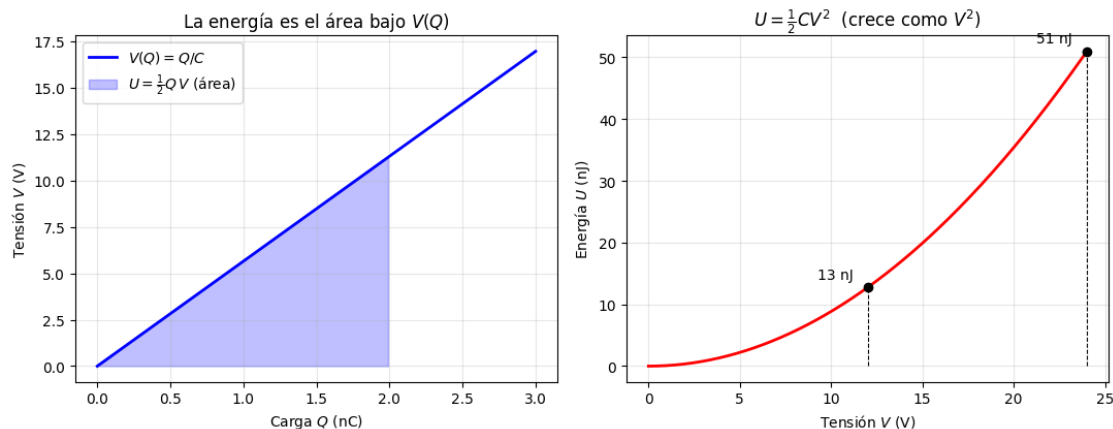
El escalado **cuadrático** con V es lo que hay que recordar para examen.

$$V = 12.0 \text{ V} \rightarrow U = 12.74 \text{ nJ}$$

$$V = 24.0 \text{ V} \rightarrow U = 50.98 \text{ nJ}$$

1.5.2 Figura 2 — Energía almacenada $U(Q)$ y $U(V)$

$U = \frac{1}{2}Q^2/C$ es una **parábola** en Q ; $U = \frac{1}{2}CV^2$ es una parábola en V . El área bajo la recta $V(Q) = Q/C$ es la energía (de ahí el factor $\frac{1}{2}$).



1.6 5. Efecto del dieléctrico

Si rellenamos el hueco con un material aislante (dieléctrico) de **permitividad relativa** $\epsilon_r = \kappa > 1$, el material se **polariza**: sus cargas ligadas crean un campo opuesto que **reduce el campo neto** dentro. A misma carga, baja V , así que **sube** C :

$$C = \kappa C_0 = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{d} \quad (\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0)$$

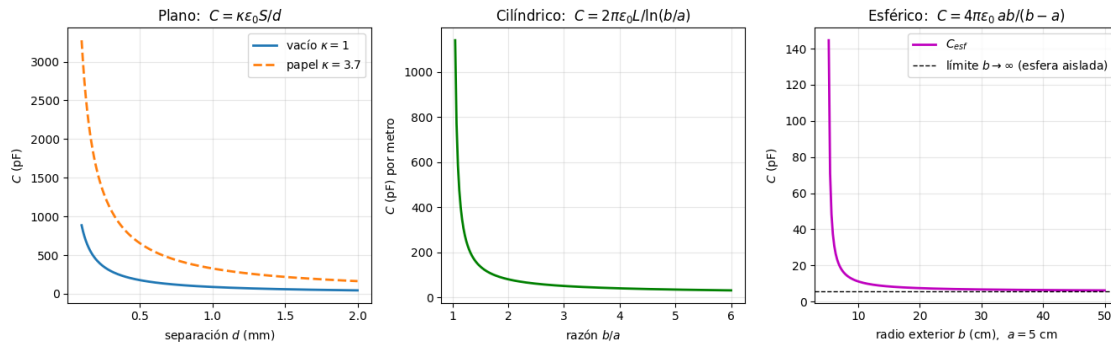
Material	ε_r (aprox.)
Vacío	1
Aire	1,0006
Papel	~3,7
Mica	~5,4
Agua	~80

Ventajas prácticas: (1) multiplica C por κ ; (2) mantiene las placas separadas; (3) aumenta la tensión máxima antes de la ruptura (**rigidez dieléctrica**).

Cuidado con qué se mantiene constante: - Si el condensador sigue **conectado a la batería** (V fijo): al meter el dieléctrico sube C , sube $Q = CV$, y la energía $U = \frac{1}{2}CV^2$ **aumenta**. - Si está **aislado** (Q fijo): sube C , baja $V = Q/C$, y la energía $U = \frac{1}{2}Q^2/C$ **disminuye**.

1.6.1 Figura 3 — Capacidad frente a la geometría

Cómo cambia C al variar el parámetro geométrico clave de cada tipo, y el efecto del dieléctrico en el plano.



1.7 6. Errores típicos (checklist de examen)

1. **Invertir serie y paralelo.** Es al revés que en resistencias: condensadores en *paralelo* se suman; en *serie* van los inversos.
2. **Olvidar el factor $\frac{1}{2}$** en la energía: $U = \frac{1}{2}CV^2$, no CV^2 ni QV .
3. **Crear que C depende de Q o V .** C es puramente geométrica (+ dieléctrico).
4. **Confundir qué se conserva** al meter un dieléctrico: con batería conectada se fija V ; aislado se fija Q . La energía sube o baja según el caso (ver §5).
5. **Unidades:** trabajar en SI (m, F, V, C). Pasar μF , nF, pF a faradios antes de operar.

6. **En serie/mixto:** la *carga* es común a los de la rama en serie; el *voltaje* es común a los de paralelo. Identificar esto primero evita casi todos los fallos.
7. **Geometrías log/inverso:** en el cilíndrico aparece $\ln(b/a)$ y en el esférico $1/a - 1/b$; un error frecuente es usar $b - a$ “a pelo”.

1.8 Resumen de fórmulas

Concepto	Fórmula
Definición	$C = Q/\Delta V$
Plano	$C = \varepsilon_0 S/d$
Cilíndrico	$C = 2\pi\varepsilon_0 L/\ln(b/a)$
Esférico	$C = 4\pi\varepsilon_0 ab/(b - a)$
Paralelo	$C_{eq} = \sum C_i$
Serie	$1/C_{eq} = \sum 1/C_i$
Energía	$U = \frac{1}{2}Q^2/C = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$
Densidad	$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$
Dieléctrico	$C = \kappa C_0$

Fuente: apuntes oficiales «Condensadores» (Dpto. Física Aplicada III, GIERM 2023/24), amplificados con geometrías cilíndrica/esférica y dieléctricos. Apuntes propios — Física II.