

# 07\_campo\_magnetico

June 19, 2026

## 1 07 - Campo magnetico (Magnetostatica)

Fisica II - GIERM - 1 - Mecatronica Apuntes propios de estudio - Curso 2023/2024 - Dpto. Fisica Aplicada III

### 1.1 Mapa del tema (que entra en el examen)

| Bloque                                              | Idea clave                                                                   | Resultado que hay que saber usar                                           |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| <b>Fuerza de Lorentz</b>                            | El campo $\vec{B}$ actua sobre cargas <i>en movimiento</i>                   | $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$                                       |
| <b>Movimiento de cargas en <math>\vec{B}</math></b> | $\vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow$ no hay trabajo, $ \vec{v}  = \text{cte}$ | circulo / helice, $r = \frac{mv_{\perp}}{qB}$ ,<br>$\omega = \frac{qB}{m}$ |
| <b>Fuerza sobre conductor</b>                       | Suma de fuerzas sobre portadores                                             | $\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$ (recto, $\vec{B}$ uniforme)           |
| <b>Momento sobre espira</b>                         | $\vec{F}_{\text{total}} = 0$ pero hay par                                    | $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$ , con $\vec{m} = NIS \hat{n}$        |
| <b>Biot-Savart</b>                                  | Campo creado por un elemento de corriente                                    | $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$      |
| <b>Ampere</b>                                       | Atajo por simetria                                                           | $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$                      |
| <b>Geometrias canonicas</b>                         | Hilo / espira / solenoide                                                    | $\frac{\mu_0 I}{2\pi R} - \frac{\mu_0 I}{2R} - \mu_0 nI$                   |

**Filosofia de estos apuntes:** primero el *resultado* y *como se usa* (formato examen), luego un ejemplo numerico resuelto, y finalmente errores tipicos. Las figuras se generan con numpy/matplotlib para *ver* la fisica, no para deducirla.

**Constante fundamental:**  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  T-m/A (permeabilidad del vacio). Unidad de  $B$ : el Tesla (1 T = 1 N/(A-m)).

$\mu_0 = 1.2566\text{e-}06$  T\*m/A

### 1.2 1. Fuerza de Lorentz (magnetica)

#### 1.2.1 Idea

Una carga  $q$  que se mueve con velocidad  $\vec{v}$  dentro de un campo magnetico  $\vec{B}$  siente una fuerza:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

### 1.2.2 Por que es asi (propiedades que hay que tener interiorizadas)

- $\vec{F} \perp \vec{v}$  y  $\vec{F} \perp \vec{B}$  (es un producto vectorial).
- Si  $\vec{v} = 0$  o  $\vec{v} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = 0$  (no hay fuerza).
- Como  $\vec{F} \perp \vec{v}$ , **la fuerza magnetica no realiza trabajo**  $\Rightarrow$  no cambia la energia cinetica, solo *curva* la trayectoria. El modulo de la velocidad permanece constante.
- Si  $q < 0$ , la fuerza apunta en sentido **opuesto** a  $\vec{v} \times \vec{B}$ .

Si ademas hay campo electrico, la fuerza total es la **fuerza de Lorentz completa**:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}).$$

### 1.2.3 Ejemplo resuelto 1

Un proton ( $q = +1.6 \times 10^{-19}$  C) entra con  $\vec{v} = 3 \times 10^5 \hat{x}$  m/s en un campo  $\vec{B} = 0.4 \hat{z}$  T. Calcula  $\vec{F}$ .

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} = q(v \hat{x}) \times (B \hat{z}) = qvB(\hat{x} \times \hat{z}) = -qvB \hat{y}$$

$$|\vec{F}| = (1.6 \times 10^{-19})(3 \times 10^5)(0.4) = 1.92 \times 10^{-14} \text{ N, direccion } -\hat{y}.$$

### 1.2.4 Errores tipicos

- Confundir el orden del producto vectorial:  $\vec{v} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{v}$  (cambia el signo).
- Olvidar el signo de la carga (los electrones se desvian al reves que los protones).
- Creer que  $\vec{B}$  acelera (aumenta la rapidez) a la carga: **no**, solo la desvia.

$$\mathbf{F} = [0.00\text{e}+00 \quad -1.92\text{e-}14 \quad 0.00\text{e}+00] \text{ N}$$

$$|\mathbf{F}| = 1.920\text{e-}14 \text{ N} \quad (\text{esperado } 1.92\text{e-}14)$$

Comprobacion  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = 0.0 \rightarrow 0 \Rightarrow$  la fuerza no hace trabajo

## 1.3 2. Movimiento de una carga en un campo magnetico uniforme

### 1.3.1 Idea

Con  $\vec{B}$  uniforme y unica fuerza la magnetica: - La **componente de  $\vec{v}$  paralela a  $\vec{B}$**  ( $v_{\parallel}$ ) no cambia  $\Rightarrow$  movimiento uniforme en esa direccion. - La **componente perpendicular** ( $v_{\perp}$ ) gira describiendo una **circunferencia** (la fuerza es centripeta).

La combinacion de ambos da una **helice circular**.

### 1.3.2 Formulas para el examen

Igualando fuerza magnetica y centripeta,  $qv_{\perp}B = \frac{mv_{\perp}^2}{r}$ :

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

- $r$  = radio de giro (radio de Larmor).
- $\omega$  = frecuencia angular **ciclotronica** (no depende de la velocidad).
- $T$  = periodo.
- **Paso de la helice** (avance por vuelta):  $p = v_{\parallel} T = v_{\parallel} \frac{2\pi m}{qB}$ .

**Aplicaciones:** espectrometro de masas, selector de velocidades, ciclotron.

### 1.3.3 Ejemplo resuelto 2

Electron ( $m = 9.11 \times 10^{-31}$  kg,  $q = 1.6 \times 10^{-19}$  C) con  $v_{\perp} = 2 \times 10^6$  m/s en  $B = 0.01$  T:

$$r = \frac{(9.11 \times 10^{-31})(2 \times 10^6)}{(1.6 \times 10^{-19})(0.01)} = 1.14 \times 10^{-3} \text{ m} \approx 1.1 \text{ mm}.$$

$$\omega = \frac{qB}{m} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})(0.01)}{9.11 \times 10^{-31}} = 1.76 \times 10^9 \text{ rad/s}.$$

### 1.3.4 Errores tipicos

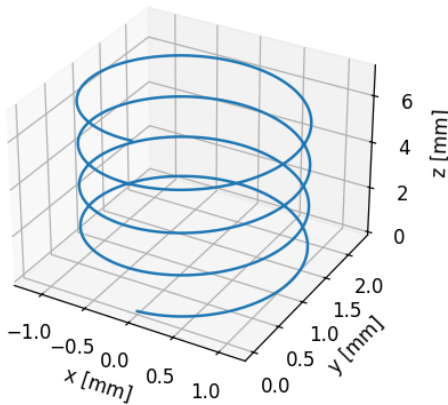
- Usar  $v$  total en  $r$  en vez de **solo**  $v_{\perp}$  cuando la trayectoria es helicoidal.
- Pensar que  $\omega$  depende de la velocidad: **no**, solo de  $q$ ,  $B$ ,  $m$ .

Radio de giro  $r = 1.139$  mm

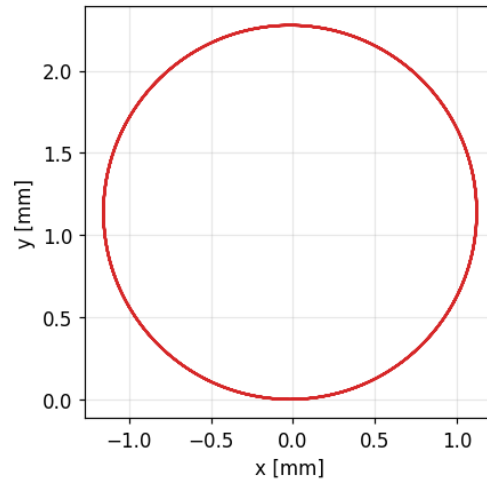
Periodo  $T = 3.577 \times 10^{-9}$  s, paso helice = 1.789 mm

Conservacion de rapidez: max desviacion = 0.0000 %

Trayectoria helicoidal  
(carga en B uniforme, B en +z)



Proyeccion XY (circulo)  
 $r = 1.14$  mm



### 1.4 3. Fuerza magnetica sobre un conductor con corriente

#### 1.4.1 Idea

Una corriente es un monton de cargas en movimiento  $\Rightarrow$  el campo ejerce fuerza sobre el hilo. Sumando la fuerza sobre cada portador ( $I = nqv_d S$ ):

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = I \int_a^b d\vec{l} \times \vec{B}$$

#### 1.4.2 Caso de examen: hilo recto en $\vec{B}$ uniforme

$$\boxed{\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}}$$

donde  $\vec{L}$  tiene modulo la longitud del hilo, direccion la del hilo y **sentido el de la corriente**.  
Modulo:  $F = ILB \sin \theta$ .

#### 1.4.3 Fuerza entre dos hilos paralelos

Dos hilos largos paralelos a distancia  $R$  con corrientes  $I_1, I_2$ :

$$\boxed{\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}}$$

- Mismo sentido  $\Rightarrow$  **atraccion**. - Sentidos opuestos  $\Rightarrow$  **repulsion**.

#### 1.4.4 Ejemplo resuelto 3

Hilo de  $L = 0.5$  m con  $I = 10$  A perpendicular a  $\vec{B} = 0.2$  T:

$$F = ILB = 10 \cdot 0.5 \cdot 0.2 = 1 \text{ N.}$$

Dos hilos paralelos,  $I_1 = I_2 = 10$  A,  $R = 2$  cm, mismo sentido:

$$\frac{F}{\ell} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(10)(10)}{2\pi(0.02)} = 1.0 \times 10^{-3} \text{ N/m (atractiva).}$$

#### 1.4.5 Errores tipicos

- Olvidar el  $\sin \theta$ : si el hilo es paralelo a  $\vec{B}$ , la fuerza es **nula**.
- Equivocar atraccion/repulsion: regla “**igual sentido -> se atraen**” (al revés que las cargas).

Fuerza sobre el hilo recto: [1. 0. 0.] N  $\rightarrow$   $|F| = 1.00$  N

Fuerza por unidad de longitud entre hilos =  $1.00\text{e-}03$  N/m (atractiva si mismo sentido)

### 1.5 4. Momento (par) sobre una espira de corriente

#### 1.5.1 Idea

En un campo **uniforme**, la fuerza neta sobre una espira cerrada es **cero**, pero las fuerzas sobre lados opuestos forman un **par** que tiende a girarla.

### 1.5.2 Momento dipolar magnetico

$$\vec{m} = NIS \hat{n} \quad [\text{A}\cdot\text{m}^2]$$

-  $N$  = numero de vueltas,  $I$  = corriente,  $S$  = area de la espira. -  $\hat{n}$  = normal al plano, sentido por la **regla de la mano derecha** (dedos siguen la corriente, pulgar =  $\hat{n}$ ).

### 1.5.3 Par sobre la espira

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} \quad \tau = mB \sin \theta$$

donde  $\theta$  es el angulo entre  $\vec{m}$  y  $\vec{B}$ .

- $\tau$  maximo cuando  $\vec{m} \perp \vec{B}$  ( $\theta = 90^\circ$ ).
- $\tau = 0$  en el **equilibrio estable**:  $\vec{m} \parallel \vec{B}$  ( $\theta = 0$ ). *El momento dipolar tiende a alinearse con el campo.*
- **Energia potencial**:  $U = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -mB \cos \theta$ .

**Aplicacion clave (Mecatronica): el motor de corriente continua.** La conmutacion invierte la corriente al pasar el equilibrio para mantener el giro.

### 1.5.4 Ejemplo resuelto 4

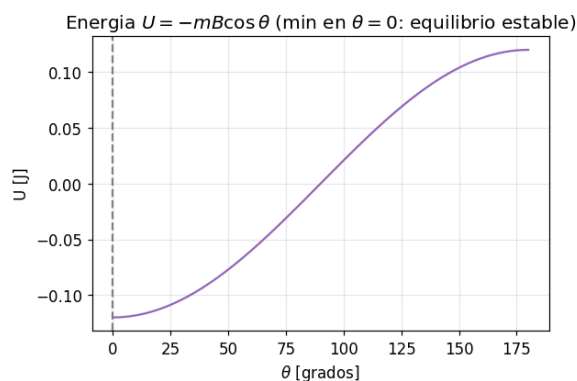
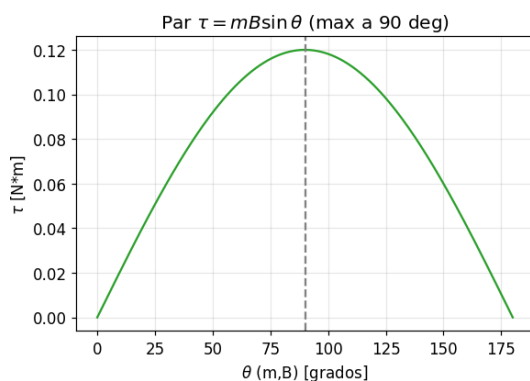
Espira de  $N = 50$  vueltas, area  $S = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ,  $I = 2 \text{ A}$ , en  $B = 0.3 \text{ T}$  con  $\vec{m} \perp \vec{B}$ :

$$m = NIS = 50 \cdot 2 \cdot 4 \times 10^{-3} = 0.4 \text{ A}\cdot\text{m}^2, \quad \tau_{\max} = mB = 0.4 \cdot 0.3 = 0.12 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

### 1.5.5 Errores tipicos

- Confundir el angulo:  $\theta$  es entre  $\vec{m}$  (la **normal**) y  $\vec{B}$ , **no** entre el plano de la espira y  $\vec{B}$ .
- Creer que hay fuerza neta de traslacion en campo uniforme: solo hay **par**.

$$m = 0.40 \text{ A}\cdot\text{m}^2, \quad \tau_{\max} = 0.120 \text{ N}\cdot\text{m}$$



## 1.6 5. Ley de Biot-Savart

### 1.6.1 Idea

Da el campo magnetico creado por un **elemento de corriente**  $I d\vec{l}$  en un punto a distancia  $r$ :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

donde  $\hat{r}$  es el vector unitario que va **del elemento de corriente al punto P**. Se integra a lo largo del hilo y se aplica **superposicion**.

### 1.6.2 Resultados que salen de Biot-Savart (memorizar)

- **Centro de espira circular** de radio  $R$ :  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ .
- **Eje de espira circular**, a distancia  $x$  del centro:  $B(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$ .
- Lejos de la espira ( $x \gg R$ ):  $B \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{m}{x^3}$  con  $m = I\pi R^2 \Rightarrow$  **se comporta como un dipolo magnetico** (analogo al dipolo electrico).

### 1.6.3 Ejemplo resuelto 5 (campo en el centro de una espira)

Todos los  $d\vec{l}$  estan a la misma distancia  $R$  y son  $\perp$  a  $\hat{r}$  ( $\sin 90^\circ = 1$ ):

$$B = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} (2\pi R) = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

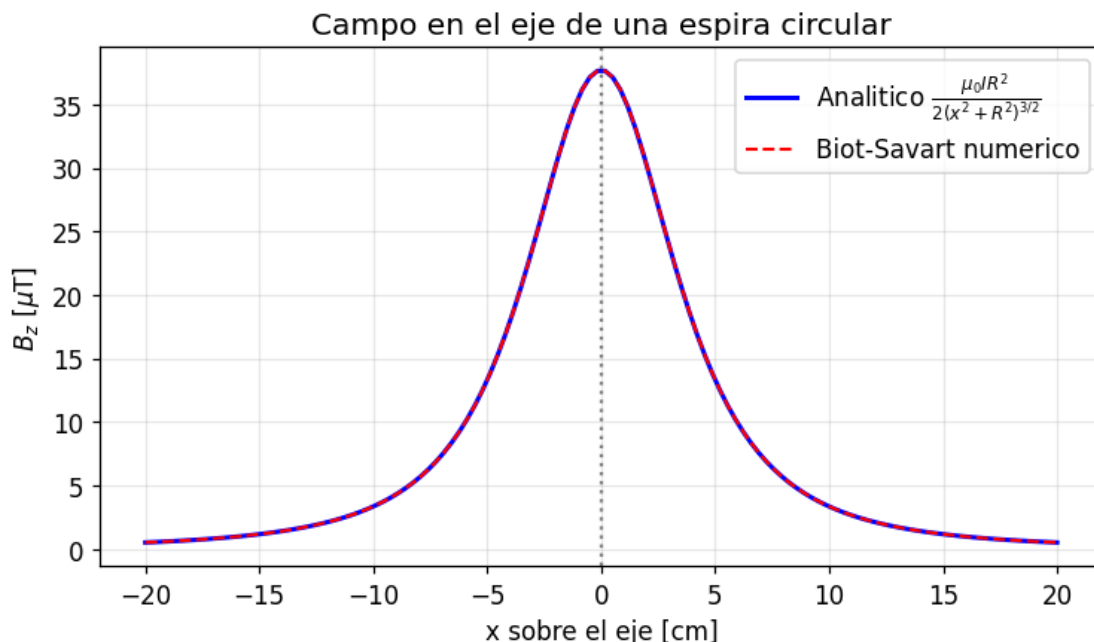
Para  $R = 5$  cm,  $I = 3$  A:  $B = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(3)}{2(0.05)} = 3.77 \times 10^{-5}$  T.

### 1.6.4 Errores tipicos

- Olvidar el  $\sin \theta$  del producto vectorial en tramos donde  $d\vec{l}$  no es perpendicular a  $\hat{r}$ .
- Tomar  $\hat{r}$  del punto al hilo (es al revés: **del hilo al punto**).

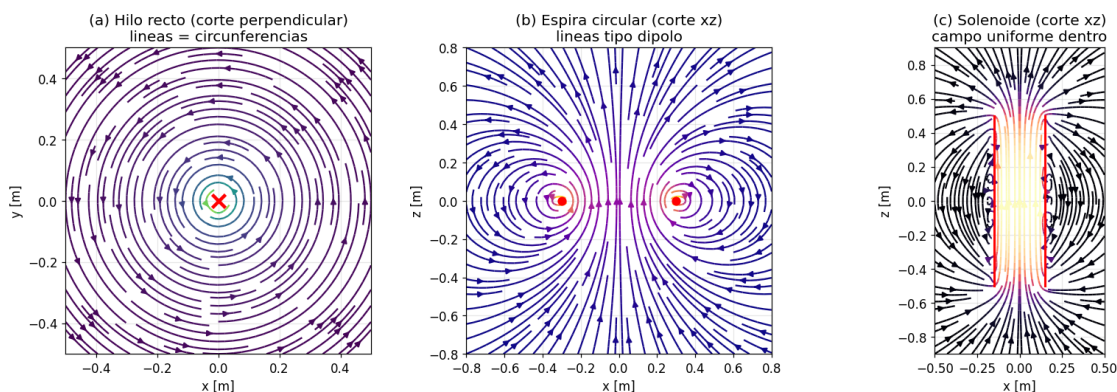
B centro (numerico) = 3.764e-05 T

B centro ( $\mu_0 I/2R$ ) = 3.770e-05 T



### 1.6.5 Líneas de campo: hilo, espira y solenoide

Visualizamos las líneas de  $\vec{B}$  con Biot-Savart en 2D. Recuerda: - **Hilo infinito**: las líneas son **circunferencias** centradas en el hilo (en el plano perpendicular). - **Espira**: líneas tipo **dipolo** (salen por una cara, entran por la otra). - **Solenoide**: líneas casi **uniformes y paralelas dentro**, parecidas a una barra imantada (campo nulo fuera del ideal).



## 1.7 6. Ley de Ampere

### 1.7.1 Idea

La **circulación** de  $\vec{B}$  a lo largo de cualquier curva cerrada  $C$  es  $\mu_0$  por la corriente total que atraviesa **cualquier** superficie apoyada en  $C$ :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

- Es **equivalente** a Biot-Savart, pero **solo valida en magnetostatica** (corrientes estacionarias / cerradas).
- Es un **atajo de calculo** unicamente cuando hay **alta simetria**: eliges el bucle de Ampere de forma que  $B$  sea constante y paralelo a  $d\vec{l}$  a lo largo de el, y despejas  $B$ .

### 1.7.2 Resultados por simetria (los tres canonicos)

| Geometria              | Campo                                    | Donde                       |
|------------------------|------------------------------------------|-----------------------------|
| <b>Hilo infinito</b>   | $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$             | a distancia $R$ del hilo    |
| <b>Solenoide ideal</b> | $B = \mu_0 n I$ (interior), 0 (exterior) | $n = N/L$ vueltas/m         |
| <b>Toroide</b>         | $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$           | entre $a < r < b$ ; 0 fuera |

Para el **hilo**: el bucle es una circunferencia de radio  $R$ ,  $B$  es tangente y constante  $\Rightarrow B(2\pi R) = \mu_0 I$ .

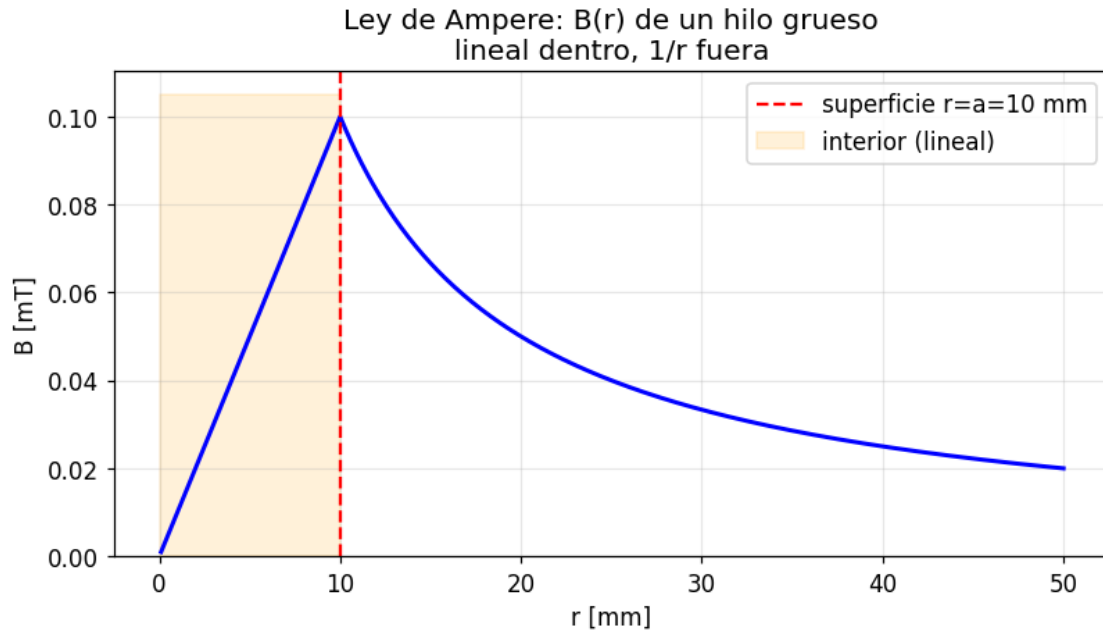
### 1.7.3 Ejemplo resuelto 6 (hilo grueso, $B(r)$ dentro y fuera)

Un cilindro conductor de radio  $a$  lleva corriente  $I$  uniforme. Usando Ampere con un bucle circular de radio  $r$ : - **Dentro** ( $r < a$ ):  $I_{\text{enc}} = I \frac{r^2}{a^2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} r$  (crece lineal). - **Fuera** ( $r > a$ ):  $I_{\text{enc}} = I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$  (decae como  $1/r$ ). - El maximo esta en la **superficie**  $r = a$ .

### 1.7.4 Errores tipicos

- Aplicar Ampere sin simetria: la ley **siempre** se cumple, pero solo *despeja*  $B$  si la simetria lo permite.
- Olvidar que dentro de un conductor macizo solo encierras *parte* de la corriente.

B maximo en  $r=a$ : 0.100 mT

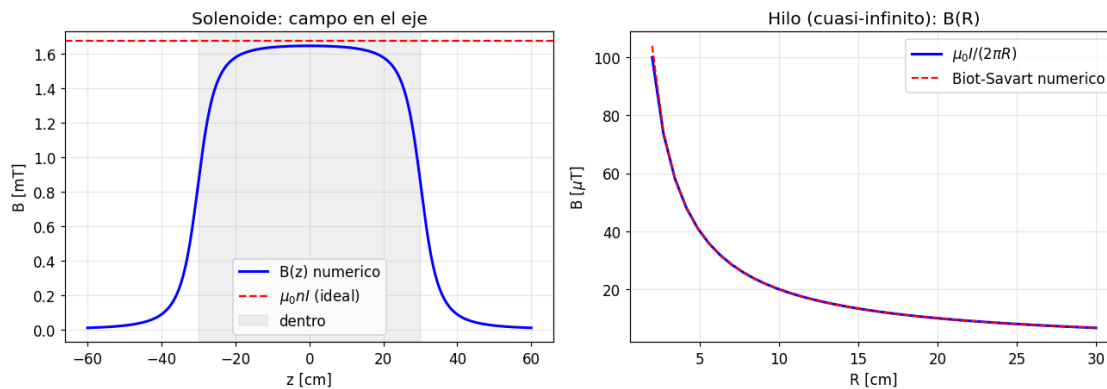


### 1.7.5 Comprobacion: solenoide y hilo infinito

Comparamos el calculo numerico (Biot-Savart sumando espiras) con las formulas de Ampere.

$B$  centro numerico = 1.6456 mT

$\mu_0 n I$  (ideal) = 1.6755 mT ( $n=333.3$  vueltas/m)



## 1.8 7. Resumen final (chuleta de examen)

### 1.8.1 Formulas imprescindibles

| Magnitud             | Formula                                                               | Notas                                 |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| Fuerza de Lorentz    | $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$                                   | $\perp$ a $\vec{v}$ , no hace trabajo |
| Radio de giro        | $r = \frac{mv_{\perp}}{qB}$                                           | solo $v_{\perp}$                      |
| Frecuencia ciclotron | $\omega = \frac{qB}{m}$                                               | independiente de $v$                  |
| Fuerza sobre hilo    | $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$                                   | $F = ILB \sin \theta$                 |
| Hilos paralelos      | $\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}$                       | igual sentido -> atrae                |
| Momento dipolar      | $\vec{m} = NIS\hat{n}$                                                | mano derecha                          |
| Par sobre espira     | $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$                                 | $U = -\vec{m} \cdot \vec{B}$          |
| Biot-Savart          | $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ | superposicion                         |
| Centro espira        | $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$                                              |                                       |
| Eje espira           | $B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$                           | lejos -> dipolo                       |
| Ley de Ampere        | $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$                 | solo magnetostatica                   |
| Hilo infinito        | $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$                                          |                                       |
| Solenoides ideal     | $B = \mu_0 nI$                                                        | uniforme dentro, 0 fuera              |
| Toroide              | $B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$                                         | 0 fuera de $[a, b]$                   |

### 1.8.2 Estrategia para resolver un problema

1. **Fuerza o campo?** Fuerza -> Lorentz/ $I\vec{L} \times \vec{B}$ . Campo -> Biot-Savart o Ampere.
2. **Hay simetria alta?** (hilo, solenoide, toroide) -> usa **Ampere** (rapido). Si no, **Biot-Savart** + integral.
3. **Carga en movimiento:** descompon  $\vec{v}$  en  $v_{\parallel}$  (recto) y  $v_{\perp}$  (circulo) -> helice.
4. **Espira en campo:** fuerza neta 0, calcula el **par**  $\vec{m} \times \vec{B}$ .
5. **Comprueba unidades y signos** (sentido de la corriente, signo de  $q$ ).

### 1.8.3 Las trampas que mas caen

- $\vec{B}$  **no acelera** (no cambia la rapidez), solo curva.
- $\omega$  ciclotronica **no depende** de la velocidad.
- Hilos paralelos: **igual sentido = atraccion** (al reves que cargas).
- El par usa el angulo con la **normal**  $\hat{n}$ , no con el plano de la espira.

---

*Apuntes propios - Fisica II GIERM - basados en el material oficial del Dpto. de Fisica Aplicada III. Figuras generadas con numpy/matplotlib.*