

Series de Fourier — Ejercicios propuestos

Ejercicio 1

Enunciado. Sea f la extensión periódica, de periodo $T = 2\pi$, de la onda triangular par

$$f(t) = |t|, \quad -\pi \leq t \leq \pi.$$

Obtén su serie de Fourier en forma compleja, es decir, los coeficientes c_0 y c_n y la expresión de la serie. Estudia además el carácter de la convergencia de dicha serie hacia f .

Ejercicio 2

Enunciado. Se considera la onda cuadrada impar de período $T = 2$ definida en un período por

$$f(t) = \begin{cases} -1, & -1 < t < 0, \\ +1, & 0 < t < 1, \end{cases}$$

y extendida de forma 2-periódica a toda la recta real, de modo que $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$.

Apartado 1

Calcula la forma compleja de su serie de Fourier (los coeficientes c_0 y c_n), escribe la serie y dibuja la función a la que converge en el intervalo $[-2, 2]$.

Apartado 2

Aplica la igualdad de Parseval en forma compleja a la onda cuadrada del apartado anterior para deducir el valor de la suma sobre los enteros impares

$$\sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impar}}}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$