

05_respuesta_frecuencia

June 19, 2026

1 Tema 5 - Respuesta en Frecuencia de Amplificadores

Electronica General - 2o GIERM

1.1 Objetivos de aprendizaje

- Entender el concepto de polos y ceros en la funcion de transferencia de un amplificador
 - Construir e interpretar diagramas de Bode de magnitud y fase
 - Calcular el ancho de banda y el producto ganancia-ancho de banda (GBW)
 - Aplicar el metodo de constantes de tiempo (Miller) para estimar el polo dominante
 - Identificar las capacidades parasitas del transistor (MOS y BJT) y su efecto en la respuesta
 - Comparar la respuesta de sistemas de un polo frente a dos polos
-

1.2 1. Introduccion: por que importa la frecuencia

Cuando analizamos un amplificador en DC o a frecuencias medias, usamos el **modelo de pequena senal** con capacidades en cortocircuito. Sin embargo, a **frecuencias altas**, las capacidades parasitas internas del transistor entran en juego y reducen la ganancia.

La respuesta en frecuencia nos dice: - **Hasta que frecuencia** el amplificador mantiene su ganancia nominal - **Como cae** la ganancia por encima (y por debajo, si hay acoplo AC) de esa banda - **Que fase** introduce el amplificador en funcion de la frecuencia

El concepto clave es la **funcion de transferencia** $H(s)$, que relaciona la senal de salida con la de entrada en el dominio de Laplace.

1.3 2. Formulario completo

1.3.1 2.1 Funcion de transferencia general

$$H(s) = A_m \cdot \frac{\prod_i (1 + s/z_i)}{\prod_j (1 + s/p_j)}$$

donde A_m es la ganancia en banda media, z_i son los ceros y p_j los polos.

1.3.2 2.2 Diagrama de Bode - Magnitud

$$|H(j\omega)|_{\text{dB}} = 20 \log_{10} |H(j\omega)|$$

1.3.3 2.3 Sistema de un polo

$$H(s) = \frac{A_0}{1 + s/\omega_p} \quad |H(j\omega)| = \frac{A_0}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_p)^2}}$$

- **Ancho de banda:** $BW = \omega_p = 2\pi f_p$
- A $\omega = \omega_p$: ganancia cae 3 dB $\rightarrow |H| = A_0/\sqrt{2}$
- Pendiente asintotica: -20 dB/decada por polo

1.3.4 2.4 Producto ganancia-ancho de banda (GBW)

$$GBW = A_0 \cdot \omega_p = A_{CL} \cdot \omega_{CL}$$

Es **constante** para sistemas de un polo: si aumentas la ganancia, pierdes ancho de banda y viceversa.

1.3.5 2.5 Efecto Miller

$$C_{in} = C_{gs} + C_{gd}(1 + g_m R_L)$$

La capacidad C_{gd} (o C_μ en BJT) se **multiplica** por la ganancia del amplificador, creando el **polo dominante** en la entrada.

1.3.6 2.6 Metodo de constantes de tiempo

$$\omega_p \approx \frac{1}{\sum_i R_i C_i}$$

donde R_i es la resistencia vista por cada capacidad C_i cuando las demas estan en circuito abierto (altas frecuencias).

1.3.7 2.7 Capacidades parasitas del transistor

Transistor	Capacidades	Origen fisico
MOSFET	C_{gs}, C_{gd}, C_{ds}	Overlap gate-canal, capacidad de juntura
BJT	C_π, C_μ, C_{cs}	Difusion B-E, juntura B-C, colector-sustrato

Relacion de equivalencia: $C_\pi \leftrightarrow C_{gs}, C_\mu \leftrightarrow C_{gd}$

1.4 3. Diagrama de Bode: sistema de un polo

Vamos a representar la respuesta en frecuencia de un amplificador con función de transferencia:

$$H(s) = \frac{A_0}{1 + s/\omega_p}$$

con $A_0 = 100$ (40 dB) y $f_p = 10$ kHz.

1.5 4. Diagrama de polos y ceros

Representamos los polos y ceros en el plano s (plano complejo). Un sistema con dos polos reales y un cero:

1.6 5. Reglas para construir diagramas de Bode

1.6.1 5.1 Reglas de magnitud

Elemento	Efecto en magnitud	Pendiente
Polo en ω_p	Cae -3 dB en ω_p , luego -20 dB/dec	-20 dB/decada
Cero en ω_z	Sube $+3$ dB en ω_z , luego $+20$ dB/dec	$+20$ dB/decada
Doble polo en ω_p	Cae -6 dB en ω_p , luego -40 dB/dec	-40 dB/decada
Ganancia A_0	Desplazamiento vertical constante	0 dB/decada

1.6.2 5.2 Reglas de fase

Elemento	Fase en $\omega = 0$	Fase en ω_p	Fase en $\omega \rightarrow \infty$
Polo	0°	-45°	-90°
Cero	0°	$+45^\circ$	$+90^\circ$

Regla práctica: La transición de fase ocurre entre $0.1\omega_p$ y $10\omega_p$ (dos décadas centradas en el polo/cero).

1.7 6. Efecto Miller en amplificador source común (CS)

El amplificador CS es el caso clásico donde el efecto Miller domina la respuesta en frecuencia.

Modelo de alta frecuencia del MOSFET: - C_{gs} : entre gate y source (típicamente ~ 1 pF) - C_{gd} : entre gate y drain (típicamente ~ 0.2 pF) $\rightarrow$ esta se **multiplica por Miller** - C_{ds} : entre drain y source (generalmente despreciable)

Polo dominante por efecto Miller:

$$f_{p,in} = \frac{1}{2\pi \cdot R_{sig} \cdot [C_{gs} + C_{gd}(1 + g_m R_L)]}$$

$$f_{p,out} = \frac{1}{2\pi \cdot R_L \cdot [C_{ds} + C_{gd}]}$$

Donde R_{sig} es la resistencia de la fuente de señal.

Nota clave: C_{gd} se multiplica por $(1 + g_m R_L)$, que puede ser $\times 50$ o mas. Una capacidad de 0.2 pF se convierte en 10 pF equivalente en la entrada.

1.8 7. Producto Ganancia-Ancho de Banda (GBW)

Para un amplificador de **un polo dominante**, el GBW es constante:

$$GBW = A_0 \cdot f_p = A_0 \cdot BW$$

Esto significa que: - Si **realimentamos** el amplificador para reducir la ganancia a A_{CL} , el ancho de banda aumenta a BW_{CL} - Se cumple: $A_{CL} \cdot BW_{CL} = A_0 \cdot f_p = \text{constante}$

Ejemplo numerico: - $A_0 = 100$ (40 dB), $f_p = 10$ kHz $\rightarrow GBW = 100 \times 10k = 1$ MHz - Si $A_{CL} = 10$ (20 dB) $\rightarrow BW_{CL} = 1M/10 = 100$ kHz - Si $A_{CL} = 1$ (0 dB) $\rightarrow BW_{CL} = 1$ MHz (unidad de ganancia)

1.9 8. Comparacion: un polo vs dos polos

La separacion entre polos determina el comportamiento: - **Polo dominante bien separado:** se comporta casi como un sistema de un polo - **Polos cercanos:** la caida es mas abrupta y la fase cambia mas rapido $\rightarrow$ peor para realimentacion

1.10 9. Metodo de las constantes de tiempo

Este metodo permite estimar el polo dominante ω_H **sin resolver la funcion de transferencia completa**.

1.10.1 Procedimiento:

1. **Identificar** todas las capacidades parasitas ($C_1, C_2, \dots, C_n$)
2. Para **cada** capacidad C_i :
 - Poner las demas capacidades en **circuito abierto**
 - Anular fuentes independientes (tension $\rightarrow$ cortocircuito, corriente $\rightarrow$ abierto)
 - Calcular la **resistencia equivalente** R_i vista por C_i
3. La frecuencia del polo dominante es:

$$\omega_H \approx \frac{1}{\sum_{i=1}^n R_i C_i} = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n}$$

1.10.2 Ejemplo para CS con efecto Miller:

- C_{gs} : ve $R_{sig} \rightarrow \tau_1 = R_{sig} \cdot C_{gs}$
- C_{gd} : ve $R_{sig}(1 + g_m R_L) + R_L \rightarrow \tau_2 = [R_{sig}(1 + g_m R_L) + R_L] \cdot C_{gd}$
- C_{ds} : ve $R_L \rightarrow \tau_3 = R_L \cdot C_{ds}$

$$\omega_H \approx \frac{1}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3}$$

Nota: Este metodo da una **aproximacion** del polo dominante. Es exacto cuando hay un polo claramente dominante.

1.11 10. Capacidades parasitas: MOS vs BJT

1.11.1 10.1 MOSFET

Capacidad	Ubicacion	Valor tipico	Efecto principal
C_{gs}	Gate-Source	1 – 5 pF	Limita f_T
C_{gd}	Gate-Drain	0.1 – 1 pF	Efecto Miller (dominante)
C_{ds}	Drain-Source	0.05 – 0.5 pF	Generalmente despreciable

1.11.2 10.2 BJT

Capacidad	Ubicacion	Valor tipico	Efecto principal
C_π	Base-Emisor	5 – 50 pF	Limita f_T
C_μ	Base-Collector	0.5 – 5 pF	Efecto Miller (dominante)
C_{cs}	Collector-Sustrato	1 – 10 pF	Polo de salida

1.11.3 10.3 Frecuencia de transicion f_T

$$\boxed{f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_\pi + C_\mu)}} \quad (\text{BJT}) \quad \boxed{f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{gd})}} \quad (\text{MOS})$$

f_T es la frecuencia a la que la ganancia de corriente cae a 1 (0 dB).

1.12 11. Metodología de resolución

1.12.1 Pasos para analizar la respuesta en frecuencia de un amplificador:

Paso 1: Identificar la **topología** del amplificador (CS, CE, CC, CG, CB, etc.)

Paso 2: Obtener el **modelo de pequeña señal en alta frecuencia** (incluir C_{gs} , C_{gd} , C_{ds} o sus equivalentes BJT)

Paso 3: Calcular la **ganancia en banda media** $A_m = -g_m R_L$ (o la que corresponda)

Paso 4: Aplicar el **metodo de constantes de tiempo** para estimar f_H : - Para cada capacidad C_i , calcular R_i (resistencia vista con las demas en circuito abierto) - $\omega_H \approx 1 / \sum R_i C_i$

Paso 5: Si hay **efecto Miller**, calcular $C_{in} = C_{gs} + C_{gd}(1 + |A_v|)$

Paso 6: Calcular el **GBW** y verificar si es adecuado para la aplicacion

Paso 7: Representar el **diagrama de Bode** (magnitud y fase)

1.13 12. Ejercicios resueltos

Ejercicio resuelto 1: Polo dominante de un CS Datos: $g_m = 4 \text{ mA/V}$, $R_L = 5 \text{ k}\Omega$, $R_{sig} = 10 \text{ k}\Omega$, $C_{gs} = 2 \text{ pF}$, $C_{gd} = 0.5 \text{ pF}$, $C_{ds} = 0.1 \text{ pF}$

Paso 1-2: Ganancia en banda media

$$A_v = -g_m R_L = -4 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^3 = -20 \quad (26 \text{ dB})$$

Paso 3: Capacidad Miller

$$C_{Miller} = C_{gd}(1 + g_m R_L) = 0.5 \times (1 + 20) = 10.5 \text{ pF}$$

$$C_{in} = C_{gs} + C_{Miller} = 2 + 10.5 = 12.5 \text{ pF}$$

Paso 4: Constantes de tiempo

$$\tau_1 = R_{sig} \cdot C_{gs} = 10\text{k} \times 2\text{p} = 20 \text{ ns}$$

$$\tau_2 = [R_{sig}(1 + g_m R_L) + R_L] \cdot C_{gd} = [10\text{k}(21) + 5\text{k}] \times 0.5\text{p} = 107.5 \text{ ns}$$

$$\tau_3 = R_L \cdot C_{ds} = 5\text{k} \times 0.1\text{p} = 0.5 \text{ ns}$$

Paso 5: Polo dominante

$$f_H = \frac{1}{2\pi(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)} = \frac{1}{2\pi \times 128 \text{ ns}} = \boxed{1.24 \text{ MHz}}$$

Paso 6: GBW

$$GBW = |A_v| \times f_H = 20 \times 1.24 \text{ MHz} = \boxed{24.8 \text{ MHz}}$$

Ejercicio resuelto 2: Ancho de banda con realimentacion (GBW) Datos: Amplificador con $A_0 = 10^4$ (80 dB), polo en $f_p = 100$ Hz. Se realimenta para obtener $A_{CL} = 100$.

Paso 1: GBW del amplificador

$$GBW = A_0 \times f_p = 10^4 \times 100 = 1 \text{ MHz}$$

Paso 2: Ancho de banda con realimentacion

$$BW_{CL} = \frac{GBW}{A_{CL}} = \frac{10^6}{100} = \boxed{10 \text{ kHz}}$$

Paso 3: Verificacion

$$A_{CL} \times BW_{CL} = 100 \times 10 \text{ kHz} = 1 \text{ MHz} = GBW \quad \checkmark$$

Conclusion: Al reducir la ganancia de 10^4 a 100 (factor 100), el ancho de banda aumenta de 100 Hz a 10 kHz (factor 100). El GBW se conserva.

Ejercicio resuelto 3: Efecto Miller en amplificador emisor comun (CE) Datos: $g_m = 40$ mA/V, $r_\pi = 2.5 \text{ k}\Omega$, $R_L = 4 \text{ k}\Omega$, $R_{sig} = 5 \text{ k}\Omega$, $C_\pi = 20 \text{ pF}$, $C_\mu = 1 \text{ pF}$

Paso 1: Ganancia en banda media

$$A_v = -g_m R_L = -40 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^3 = -160 \quad (44 \text{ dB})$$

Paso 2: Capacidad Miller (equivalente a MOS pero con C_μ en vez de C_{gd})

$$C_{Miller} = C_\mu (1 + g_m R_L) = 1 \times (1 + 160) = 161 \text{ pF}$$

Paso 3: Capacidad total en la entrada (vista desde la base)

La resistencia de base equivalente es $R_B = R_{sig} \parallel r_\pi = \frac{5\text{k} \times 2.5\text{k}}{5\text{k} + 2.5\text{k}} = 1.667 \text{ k}\Omega$

$$C_{in} = C_\pi + C_{Miller} = 20 + 161 = 181 \text{ pF}$$

Paso 4: Polo dominante

$$f_H = \frac{1}{2\pi \cdot R_B \cdot C_{in}} = \frac{1}{2\pi \times 1.667\text{k} \times 181\text{p}} = \boxed{527 \text{ kHz}}$$

Paso 5: GBW

$$GBW = 160 \times 527 \text{ kHz} = \boxed{84.3 \text{ MHz}}$$

Nota: La C_μ de solo 1 pF se convierte en 161 pF por Miller, dominando completamente la respuesta.

Ejercicio resuelto 4: Diagrama de Bode de un sistema con un cero y dos polos Datos:
 $A_0 = 50$, polos en $f_{p1} = 1 \text{ kHz}$ y $f_{p2} = 100 \text{ kHz}$, cero en $f_z = 50 \text{ kHz}$

$$H(s) = A_0 \cdot \frac{1 + s/(2\pi \cdot 50\text{k})}{(1 + s/(2\pi \cdot 1\text{k}))(1 + s/(2\pi \cdot 100\text{k}))}$$

Análisis asintótico de magnitud:

Rango	Pendiente	Razon
$f < 1 \text{ kHz}$	0 dB/dec	Sin efecto de polos ni ceros
$1 \text{ k} < f < 50 \text{ kHz}$	-20 dB/dec	Un polo activo
$50 \text{ k} < f < 100 \text{ kHz}$	0 dB/dec	Polo + cero se cancelan parcialmente
$f > 100 \text{ kHz}$	-20 dB/dec	Dos polos, un cero: neto -20 dB/dec

1.14 13. Catalogo de tipos de analisis en frecuencia

A continuacion se presentan los 5 tipos mas comunes de problemas de respuesta en frecuencia que aparecen en exámenes.

1.14.1 13.1 Tipo 1: Diagrama de Bode a partir de $H(s)$

Dada una funcion de transferencia $H(s)$, dibujar el diagrama de Bode.

Procedimiento: 1. Identificar A_0 , polos (p_j) y ceros (z_i) 2. Calcular la magnitud en banda media: $20 \log_{10}(A_0) \text{ dB}$ 3. En cada polo: -20 dB/dec. En cada cero: +20 dB/dec 4. Fase: sumar contribuciones de cada polo (-90°) y cero ($+90^\circ$)

Error frecuente: Olvidar que las asintotas se suman (en dB), no se multiplican.

Truco: Dibujar primero la asintota plana, luego anadir las pendientes una a una en orden de frecuencia.

1.14.2 13.2 Tipo 2: Calcular f_H con constantes de tiempo (Miller)

Dado un circuito amplificador con parametros del transistor, encontrar el polo dominante.

Procedimiento: 1. Calcular $A_v = -g_m R_L$ (ganancia en banda media) 2. Capacidad Miller: $C_M = C_{gd}(1 + |A_v|)$ 3. $C_{in} = C_{gs} + C_M$ 4. $f_H = 1/(2\pi R_{in} C_{in})$ donde R_{in} depende de la topologia

Truco para el examen: El termino dominante casi siempre es $C_{gd} \times g_m R_L \times R_{sig}$. Si $g_m R_L \gg 1$, entonces $C_M \gg C_{gs}$ y el Miller domina.

1.14.3 13.3 Tipo 3: GBW y ancho de banda con realimentacion

Dado un amplificador con A_0 y f_p , calcular el BW cuando se aplica realimentacion.

Procedimiento: 1. $GBW = A_0 \times f_p$ 2. $BW_{CL} = GBW/A_{CL}$ 3. Verificar: $A_{CL} \times BW_{CL} = GBW$

Error frecuente: Confundir ganancia en lazo abierto (A_0) con ganancia en lazo cerrado (A_{CL}).

Nota: El GBW solo es constante para sistemas de **un polo dominante**. Con dos polos cercanos, el GBW no se conserva exactamente.

1.14.4 13.4 Tipo 4: Comparar topologias (CS vs CG vs CC)

Comparar la respuesta en frecuencia de distintas configuraciones del mismo transistor.

Topologia	A_v	Efecto Miller	BW relativo
Source Comun (CS)	$-g_m R_L$ (alto)	Si (severo)	Bajo
Gate Comun (CG)	$+g_m R_L$ (alto)	No	Alto
Drain Comun (CD/seguiror)	≈ 1	No	Muy alto

Conclusion clave: El CG elimina el efecto Miller porque C_{gd} no esta entre entrada y salida. El seguidor de source tiene ganancia ≈ 1 , asi que C_{gd} no se multiplica.

1.14.5 13.5 Tipo 5: Determinar si la respuesta es de 1 o 2 polos

A partir de datos experimentales o de la funcion de transferencia, determinar el orden del sistema.

Indicadores de un solo polo: - Pendiente asintotica de -20 dB/dec - Fase tiende a -90° - Caída suave de -3 dB en f_p

Indicadores de dos polos: - Pendiente asintotica de -40 dB/dec (o cambio de -20 a -40) - Fase tiende a -180° - Si los polos estan cerca: posible pico de resonancia

Truco: Medir la pendiente a alta frecuencia en el Bode. -20 dB/dec $\rightarrow$ 1 polo. -40 dB/dec $\rightarrow$ 2 polos. -60 dB/dec $\rightarrow$ 3 polos.

1.14.6 Tabla resumen del catalogo

Tipo	Descripcion	Dato clave	Resultado
1	Bode a partir de $H(s)$	A_0 , polos, ceros	Diagrama de magnitud y fase

Tipo	Descripcion	Dato clave	Resultado
2	f_H con Miller	g_m, R_L , capacidades	Polo dominante
3	GBW con realimentacion	A_0, f_p, A_{CL}	BW_{CL}
4	Comparar topologias	Mismos parametros	BW relativo
5	Orden del sistema	Bode o $H(s)$	Numero de polos

1.15 14. Resumen y formulas clave

Formula	Uso
$H(s) = A_m \cdot \frac{\prod(1 + s/z_i)}{\prod(1 + s/p_j)}$	Funcion de transferencia general
$\ H\ _{dB} = 20 \log_{10} \ H\ $	Conversion a decibelios
$H(s) = \frac{A_0}{1 + s/\omega_p}, BW = f_p$	Sistema de un polo
$GBW = A_0 \cdot f_p = A_{CL} \cdot BW_{CL}$	Producto ganancia-ancho de banda
$C_{in} = C_{gs} + C_{gd}(1 + g_m R_L)$	Efecto Miller (MOS)
$C_{in} = C_\pi + C_\mu(1 + g_m R_L)$	Efecto Miller (BJT)
$\omega_H \approx 1 / \sum R_i C_i$	Metodo de constantes de tiempo
$f_T = g_m / [2\pi(C_{gs} + C_{gd})]$	Frecuencia de transicion
Polo: -20 dB/dec, -90°	Efecto de un polo en Bode
Cero: $+20$ dB/dec, $+90^\circ$	Efecto de un cero en Bode

Ideas clave para el examen: - El efecto **Miller** multiplica C_{gd} (o C_μ) por la ganancia $\rightarrow$ domina la respuesta - El **GBW** es constante para un polo dominante: ganar ancho de banda cuesta ganancia - El metodo de **constantes de tiempo** evita calcular toda la funcion de transferencia - La topologia **gate comun** (o base comun) elimina el efecto Miller - Dos polos cercanos $\rightarrow$ caida abrupta de -40 dB/dec y fase hasta -180°