

01_sistemas_control

June 19, 2026

1 Tema 1 - Sistemas de Control Automático

Fundamentos de Control - GIERM

1.1 Objetivos de aprendizaje

- Comprender qué es un sistema y cómo se relacionan entrada, salida y perturbación
- Diferenciar entre control manual y control automático
- Distinguir entre sistemas en lazo abierto y lazo cerrado (realimentación)
- Clasificar sistemas según distintos criterios: linealidad, continuidad, número de entradas/salidas
- Identificar los componentes fundamentales de un sistema de control (R, E, U, Y, P)
- Reconocer los distintos tipos de ejercicios y resolver problemas de identificación y clasificación

Configuración lista.

1.2 1. ¿Qué es un sistema?

Un **sistema** es un conjunto de elementos interrelacionados que transforma una o varias **entradas** en una o varias **salidas**.

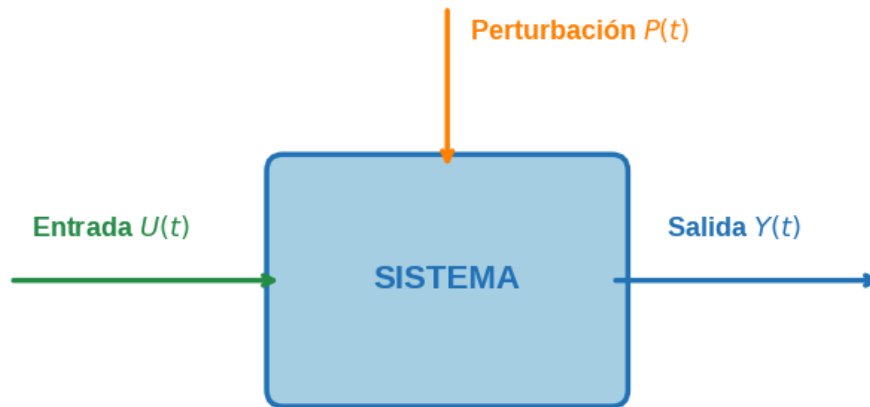
Desde el punto de vista del control, todo sistema tiene:

- **Entrada** $U(t)$: la señal que aplicamos al sistema (acción de control)
- **Salida** $Y(t)$: la variable que queremos observar o controlar
- **Perturbación** $P(t)$: factores externos no deseados que afectan a la salida

$$Y(t) = f(U(t), P(t))$$

El **objetivo del control** es conseguir que $Y(t)$ siga un valor deseado a pesar de las perturbaciones.

Diagrama básico de un sistema



1.2.1 1.1 Ejemplo numérico

Datos: Un horno eléctrico recibe una potencia $U = 500$ W. La temperatura exterior (perturbación) es $P = 20$ °C.

$$Y = 0.4 \cdot U + P = 0.4 \times 500 + 20 = 220 \text{ °C}$$

$Y = 220 \text{ °C}$

Si la perturbación cambia a $P = 10$ °C (baja la temperatura ambiente):

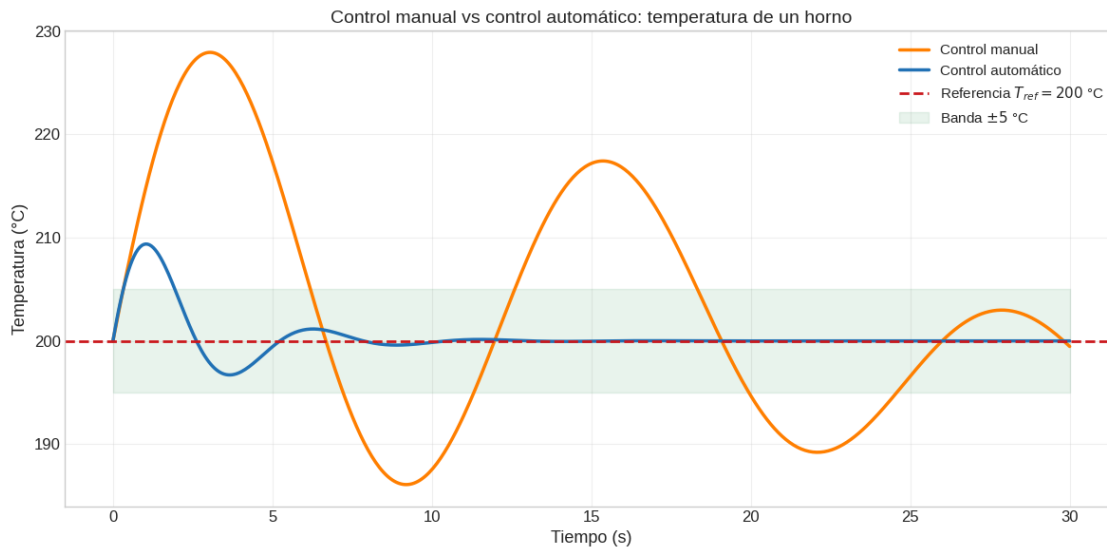
$$Y = 0.4 \times 500 + 10 = 210 \text{ °C}$$

La salida cambia aunque la entrada sea la misma → **efecto de la perturbación.**

1.3 2. Control manual vs control automático

- **Control manual:** un operador humano observa la salida y ajusta la entrada. Es lento, impreciso y depende de la atención del operador.
- **Control automático:** un controlador (electrónico, mecánico, etc.) mide la salida y ajusta la entrada de forma continua y rápida.

Característica	Control manual	Control automático
Velocidad de respuesta	Lenta (segundos a minutos)	Rápida (milisegundos)
Precisión	Baja, depende del operador	Alta, determinada por el diseño
Fatiga	Se degrada con el tiempo	Constante 24/7
Coste inicial	Bajo	Mayor (sensores, controlador)
Repetibilidad	Mala	Excelente



1.3.1 2.1 Ejemplo numérico

Datos: Un operador intenta mantener un horno a $T_{ref} = 200\text{ °C}$. Cada vez que mira el termómetro, ajusta la potencia. El control automático usa un sensor y un controlador PID.

Con **control manual**, el operador tarda $\approx 5\text{ s}$ en reaccionar. La temperatura oscila entre 170 °C y 230 °C :

$$\text{Error máximo}_{\text{manual}} = |230 - 200| = 30\text{ °C}$$

Con **control automático**, el sistema responde en $\approx 0.5\text{ s}$. La temperatura oscila entre 195 °C y 210 °C :

$$\text{Error máximo}_{\text{auto}} = |210 - 200| = 10\text{ °C}$$

$$\text{Reducción del error} = \frac{30 - 10}{30} \times 100 = 66.7\%$$

1.4 3. Lazo abierto vs lazo cerrado

1.4.1 Lazo abierto

La salida **no se mide** ni se compara con la referencia. El controlador actúa “a ciegas”.

- **Ventaja:** simple, barato
- **Desventaja:** no corrige perturbaciones, no compensa errores

1.4.2 Lazo cerrado (realimentación)

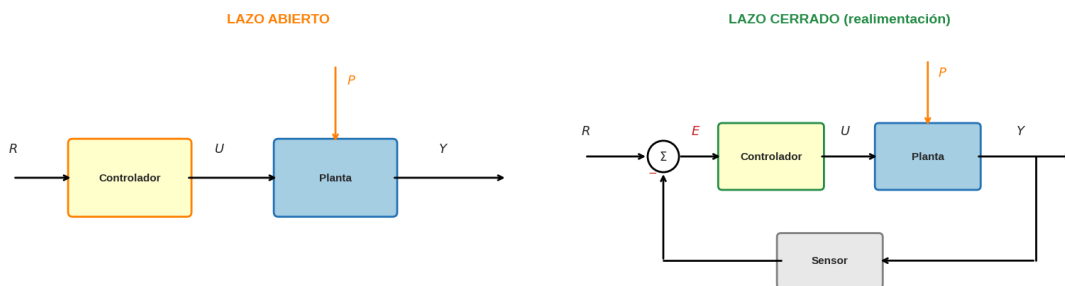
La salida **se mide** con un sensor y se compara con la referencia. La diferencia (error) se usa para corregir la acción de control.

$$E(t) = R(t) - Y(t)$$

- **Ventaja:** corrige perturbaciones, reduce errores, robusto
- **Desventaja:** más complejo, puede ser inestable si se diseña mal

Característica	Lazo abierto	Lazo cerrado
Sensor de salida	No	Sí
Corrige perturbaciones	No	Sí
Complejidad	Baja	Mayor
Estabilidad	Siempre estable*	Puede ser inestable
Precisión	Baja	Alta

*Si la planta es estable.



1.4.3 3.1 Ejemplo numérico: Ventaja de la realimentación

Datos: Queremos mantener la velocidad de un motor a $R = 1000$ rpm. La planta tiene ganancia $G_p = 2$, el controlador $G_c = 5$.

Lazo abierto (sin sensor):

$$Y = G_c \cdot G_p \cdot R = 5 \times 2 \times 1000 = 10000 \text{ rpm}$$

Evidentemente hay que calibrar. Si ajustamos $G_c = 0.1$:

$$Y = 0.1 \times 2 \times 1000 = 200 \text{ rpm} \quad (\text{no llega})$$

Requiere calibración exacta y no corrige perturbaciones.

Lazo cerrado:

$$Y = \frac{G_c \cdot G_p}{1 + G_c \cdot G_p} \cdot R = \frac{5 \times 2}{1 + 5 \times 2} \times 1000 = \frac{10}{11} \times 1000 = 909 \text{ rpm}$$

$$Y_{\text{lazo cerrado}} = 909 \text{ rpm}$$

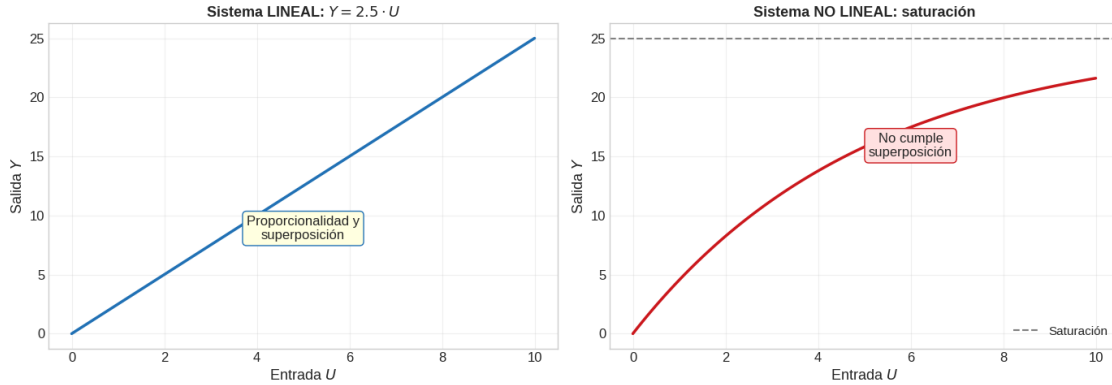
Con realimentación, aunque no sea perfecto, la salida se acerca automáticamente a la referencia. Si aumentamos G_c , la salida se acerca más a R .

1.5 4. Clasificación de sistemas

Los sistemas de control se clasifican según varios criterios:

Criterio	Tipo A	Tipo B	Ejemplo A	Ejemplo B
Memoria	Estático (sin memoria)	Dinámico (con memoria)	Resistencia ($V = R \cdot I$)	Condensador ($V = \frac{1}{C} \int I dt$)
Linealidad	Lineal	No lineal	Amplificador ideal	Motor con saturación
Tiempo	Continuo	Discreto	Circuito analógico	Microcontrolador muestreando
Entradas/Salidas	SISO	MIMO	Control de temperatura (1 sensor, 1 actuador)	Robot (múltiples motores y sensores)
Parámetros	Invariante en el tiempo (LTI)	Variante en el tiempo	Motor con carga constante	Cohete (cambia masa al gastar combustible)
Causalidad	Causal	No causal	Todo sistema físico real	Filtro ideal (teórico)

Nota importante: En esta asignatura trabajaremos principalmente con sistemas **lineales, continuos, invariantes en el tiempo (LTI) y SISO**.



1.5.1 4.1 Ejemplo numérico: Verificación de linealidad

Datos: Un sistema tiene $Y = 3U + 2$.

¿Es lineal? Verificamos con el principio de **superposición**:

- Para $U_1 = 1$: $Y_1 = 3(1) + 2 = 5$
- Para $U_2 = 2$: $Y_2 = 3(2) + 2 = 8$
- Para $U_1 + U_2 = 3$: $Y_{1+2} = 3(3) + 2 = 11$
- Pero $Y_1 + Y_2 = 5 + 8 = 13 \neq 11$

$Y = 3U + 2$ NO es lineal (tiene término independiente)

En cambio, $Y = 3U$ **sí es lineal** porque $Y(U_1 + U_2) = Y(U_1) + Y(U_2)$.

1.6 5. Componentes de un sistema de control

Todo sistema de control en lazo cerrado tiene los siguientes componentes:

Símbolo	Nombre	Descripción
$R(t)$	Referencia (<i>setpoint</i>)	Valor deseado de la salida
$Y(t)$	Salida (variable controlada)	Valor real medido
$E(t)$	Error	Diferencia entre referencia y salida: $E = R - Y$
$U(t)$	Señal de control (acción de control)	Señal que el controlador envía al actuador
$P(t)$	Perturbación	Factores externos no deseados
G_c	Controlador	Procesa el error y genera la acción de control
G_p	Planta (proceso)	El sistema físico que queremos controlar

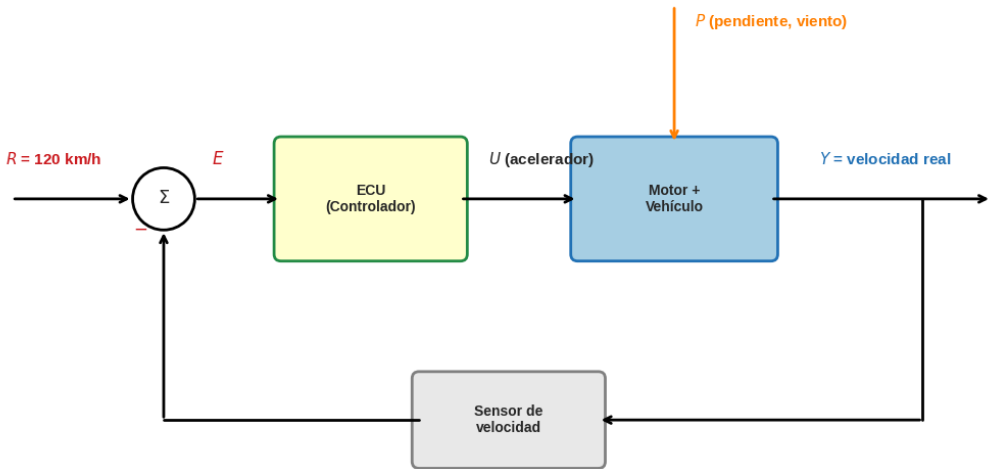
Símbolo	Nombre	Descripción
H	Sensor	Mide la salida y la realimenta

1.7 6. Ejemplo: Sistema de control de velocidad de crucero

Un **control de velocidad de crucero** en un coche mantiene la velocidad constante en autopista.

Identificación de componentes:

Componente	En el coche
R (Referencia)	Velocidad seleccionada por el conductor (ej. 120 km/h)
Y (Salida)	Velocidad real del vehículo (medida por el velocímetro)
E (Error)	$E = R - Y =$ diferencia entre velocidad deseada y real
U (Control)	Posición del acelerador (apertura de la mariposa)
P (Perturbación)	Pendiente de la carretera, viento, cambios de carga
Controlador	ECU (unidad electrónica de control)
Planta	Motor + transmisión + vehículo
Sensor	Sensor de velocidad en la rueda



1.7.1 6.1 Ejemplo numérico: Crucero ante perturbación

Datos: $R = 120$ km/h, velocidad actual $Y = 115$ km/h (el coche sube una cuesta $P > 0$).

Paso 1: Calcular el error

$$E = R - Y = 120 - 115 = 5 \text{ km/h}$$

Paso 2: El controlador detecta $E > 0$ y aumenta la apertura del acelerador U .

Paso 3: El motor entrega más potencia $\rightarrow$ la velocidad sube.

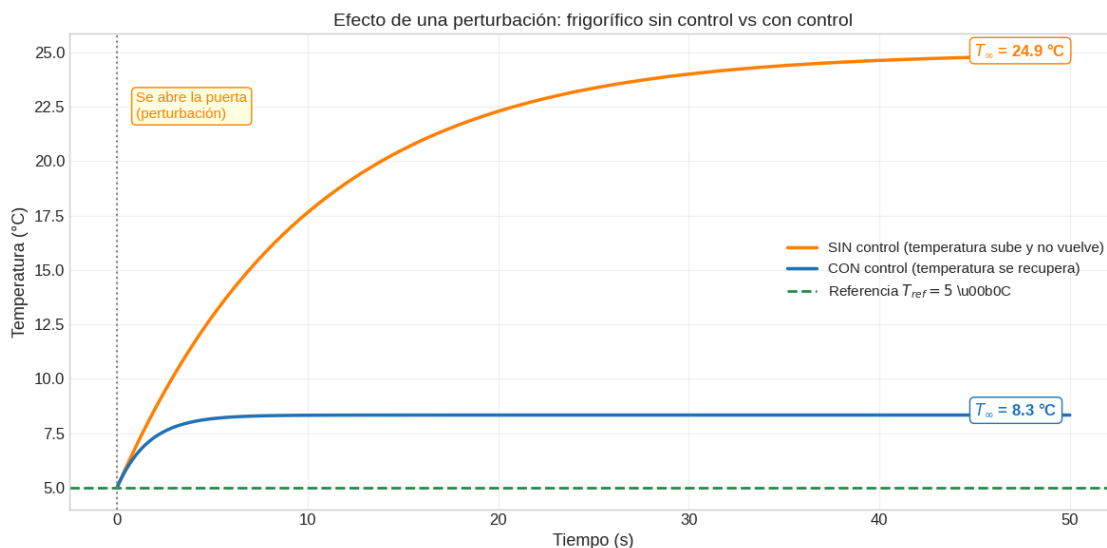
Paso 4: Cuando $Y = 120$ km/h $\rightarrow E = 0 \rightarrow$ el sistema se estabiliza.

$E = R - Y = 120 - 120 = 0 \text{ km/h}$ (régimen permanente ideal)

1.8 7. Efecto del control: sistema sin control vs con control

Veamos qué ocurre con la temperatura de un frigorífico cuando se abre la puerta (perturbación):

- **Sin control:** la temperatura sube y no vuelve al valor deseado
- **Con control:** el compresor se activa, la temperatura se recupera



1.8.1 7.1 Ejemplo numérico

Datos: Planta térmica $G_p(s) = \frac{1}{10s+1}$, controlador proporcional $K_p = 5$, perturbación $P = 20$ °C.

Sin control (lazo abierto), en régimen permanente ($s = 0$):

$$Y_{\infty} = G_p(0) \cdot P = \frac{1}{1} \times 20 = 20 \text{ }^{\circ}\text{C de incremento}$$

$$T_{\text{final}} = 5 + 20 = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Con control (lazo cerrado), la función de transferencia perturbación-salida:

$$\frac{Y}{P} = \frac{G_p}{1 + K_p \cdot G_p} = \frac{\frac{1}{10s+1}}{1 + \frac{5}{10s+1}} = \frac{1}{10s+6}$$

En régimen permanente ($s = 0$):

$$Y_{\infty} = \frac{1}{6} \times 20 = 3.33 \text{ }^{\circ}\text{C de incremento}$$

$$T_{\text{final}} = 5 + 3.33 = 8.33 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

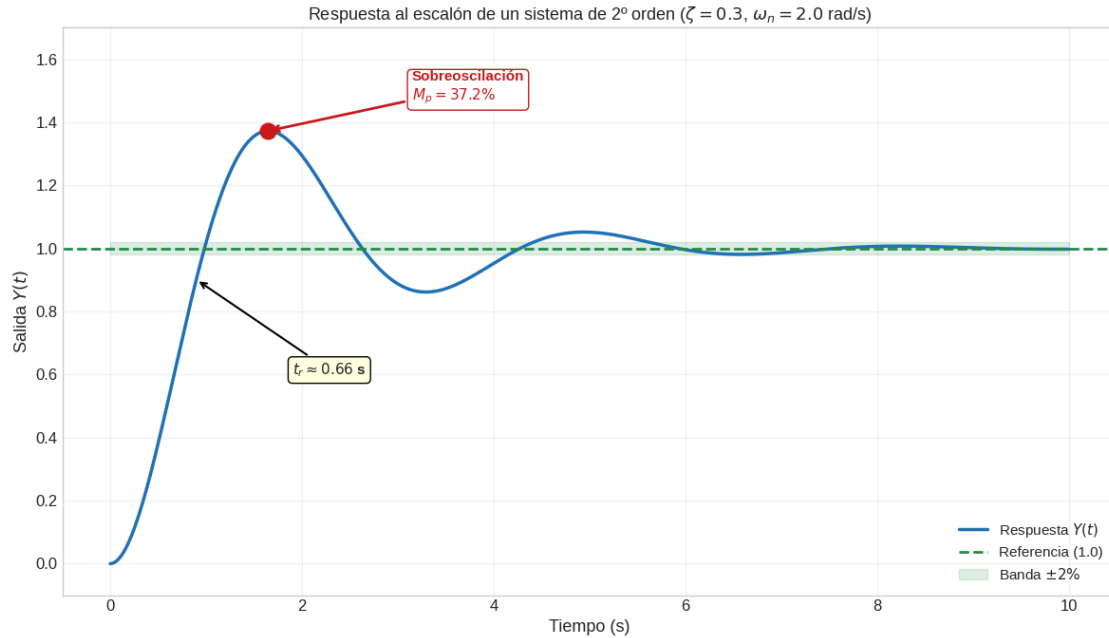
Reducción del efecto: $\frac{20 - 3.33}{20} \times 100 = 83.3\%$
--

La realimentación reduce el efecto de la perturbación por un factor de $1 + K_p \cdot G_p(0) = 1 + 5 = 6$.

1.9 8. Respuesta temporal de un sistema de control

Los sistemas de control se caracterizan por su **respuesta ante un escalón** (entrada que cambia bruscamente de 0 a 1). Los parámetros clave son:

- **Tiempo de subida** (t_r): tiempo en llegar del 10% al 90% del valor final
- **Sobreoscilación** (M_p): cuánto se pasa del valor final, en porcentaje
- **Tiempo de establecimiento** (t_s): tiempo en quedarse dentro de una banda ($\pm 2\%$ o $\pm 5\%$)
- **Error en régimen permanente** (e_{ss}): diferencia entre referencia y salida cuando $t \rightarrow \infty$



1.9.1 8.1 Ejemplo numérico: Parámetros temporales

Datos: Sistema de segundo orden con $\omega_n = 2$ rad/s, $\zeta = 0.3$.

Sobreoscilación:

$$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{-\frac{0.3 \times \pi}{\sqrt{1-0.09}}} = e^{-\frac{0.942}{0.954}} = e^{-0.988} = 0.373$$

$$M_p = 37.3\%$$

Tiempo de pico:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{2 \times 0.954} = \frac{3.14}{1.908} = 1.65 \text{ s}$$

Tiempo de establecimiento (criterio del 2%):

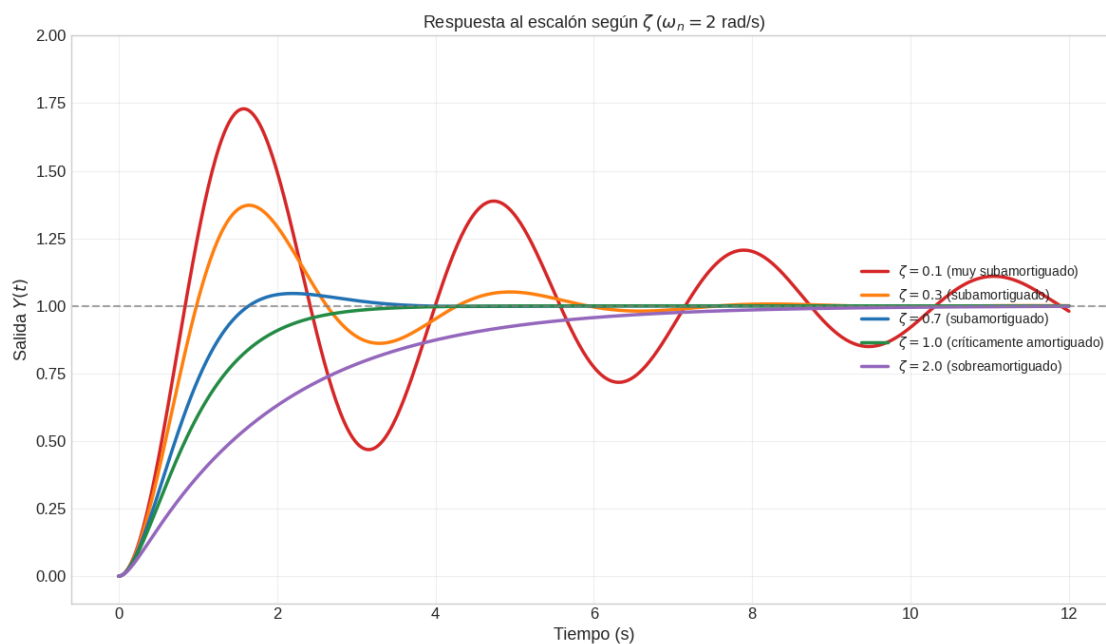
$$t_s \approx \frac{4}{\zeta \cdot \omega_n} = \frac{4}{0.3 \times 2} = \frac{4}{0.6} = 6.67 \text{ s}$$

$$t_s \approx 6.67 \text{ s}$$

1.10 9. Efecto del amortiguamiento en la respuesta

El factor de amortiguamiento ζ determina el comportamiento del sistema:

Valor de ζ	Tipo	Comportamiento
$\zeta = 0$	No amortiguado	Oscila indefinidamente
$0 < \zeta < 1$	Subamortiguado	Oscila y se estabiliza (el más común)
$\zeta = 1$	Críticamente amortiguado	No oscila, la respuesta más rápida sin sobrepico
$\zeta > 1$	Sobreamortiguado	No oscila, respuesta lenta



1.11 10. Ejercicios resueltos

Ejercicio resuelto 1: Identificar componentes de un sistema de control **Enunciado:** En un sistema de calefacción doméstica con termostato, identifica R , Y , E , U , P , el controlador, la planta y el sensor.

Solución:

Componente	Elemento físico
R (Referencia)	Temperatura seleccionada en el termostato (ej. 22 °C)
Y (Salida)	Temperatura real de la habitación
E (Error)	$E = R - Y = 22 - Y$

Componente	Elemento físico
U (Control)	Potencia entregada por el radiador (ON/OFF o proporcional)
P (Perturbación)	Temperatura exterior, ventanas abiertas, personas en la sala
Controlador	Termostato (compara R con Y y decide)
Planta	Radiador + habitación (sistema térmico)
Sensor	Termómetro del termostato

Es un sistema de lazo cerrado con control ON-OFF

Ejercicio resuelto 2: Clasificar sistemas **Enunciado:** Clasifica los siguientes sistemas:

(a) Tostadora con temporizador

- **Lazo:** **Abierto** (no mide el tostado, solo cuenta tiempo)
- **Linealidad:** No lineal (el pan cambia de propiedades)
- **Tiempo:** Continuo (el calor fluye continuamente)
- **E/S:** SISO (1 entrada: tiempo, 1 salida: nivel de tostado)

(b) Aire acondicionado con termómetro

- **Lazo:** **Cerrado** (mide temperatura y ajusta)
- **Linealidad:** Aproximadamente lineal en rango de operación
- **Tiempo:** Continuo (aunque el compresor puede ser ON/OFF)
- **E/S:** SISO (1 entrada: temperatura deseada, 1 salida: temperatura real)

(c) Lavadora con programa fijo

- **Lazo:** **Abierto** (sigue secuencia predefinida, no mide limpieza)
- **Linealidad:** No lineal
- **Tiempo:** Discreto (cambia entre estados: lavar, enjuagar, centrifugar)
- **E/S:** MIMO (varias entradas: agua, detergente, rotación; varias salidas: limpieza, humedad)

Lazo abierto: tostadora, lavadora | Lazo cerrado: aire acondicionado

1.12 11. Catálogo completo de ejercicios: todos los patrones

Esta sección recoge **todos los tipos de ejercicios** que pueden aparecer en exámenes del Tema 1.

#	Tipo de ejercicio	Habilidad requerida	Dificultad
1	Identificar componentes R , E , U , Y , P	Reconocer elementos en un sistema real	Baja

#	Tipo de ejercicio	Habilidad requerida	Dificultad
2	Clasificar lazo abierto / lazo cerrado	Determinar si hay realimentación	Baja
3	Clasificar lineal / no lineal	Aplicar principio de superposición	Media
4	Clasificar según múltiples criterios	Aplicar todos los criterios a un sistema	Media
5	Dibujar diagrama de bloques	Representar un sistema real como diagrama	Media
6	Calcular error y acción de control	Operaciones numéricas con $E = R - Y$	Baja
7	Comparar ventajas/desventajas de realimentación	Razonamiento teórico	Media
8	Identificar tipo de control (ON-OFF, proporcional, PID)	Reconocer la ley de control	Alta

1.12.1 11.1 Tipo 1: Identificar componentes R, E, U, Y, P

Método: Para cualquier sistema real, preguntarse: 1. ¿Qué queremos que pase? → **Referencia** R 2. ¿Qué pasa realmente? → **Salida** Y 3. ¿Cómo actuamos? → **Señal de control** U 4. ¿Qué nos molesta? → **Perturbación** P 5. ¿Cuánto nos equivocamos? → **Error** $E = R - Y$

$$E(t) = R(t) - Y(t)$$

Ejercicio resuelto: Piloto automático de avión **Enunciado:** Un avión tiene piloto automático para mantener altitud constante.

Solución:

- R = altitud deseada (ej. 10 000 m)
- Y = altitud real medida por el altímetro
- $E = R - Y$ = diferencia de altitud
- U = ángulo de los elevadores (timones de profundidad)
- P = corrientes de aire, turbulencias, cambios de peso
- Controlador: ordenador de vuelo
- Planta: aerodinámica del avión
- Sensor: altímetro barométrico + GPS

Lazo cerrado: el altímetro realimenta la altitud real al controlador

1.12.2 11.2 Tipo 2: Clasificar lazo abierto / lazo cerrado

Clave: ¿Se mide la salida y se compara con la referencia? - **Sí** → Lazo cerrado - **No** → Lazo abierto

Truco para el examen: Si el sistema funciona con un temporizador o una secuencia fija → probablemente **lazo abierto**. Si tiene un sensor que mide la variable de interés → **lazo cerrado**.

Ejercicio resuelto: Clasificar 5 sistemas

Sistema	¿Mide la salida?	Clasificación
Secadora con temporizador	No (solo cuenta tiempo)	Lazo abierto
Horno con termómetro y regulador	Sí (mide temperatura)	Lazo cerrado
Semáforo con temporizador	No (secuencia fija)	Lazo abierto
ABS de un coche	Sí (mide velocidad de rueda)	Lazo cerrado
Grifo manual	No (el usuario mira, pero el sistema no)	Lazo abierto

Error frecuente: El grifo manual NO es lazo cerrado aunque el usuario mire el agua. El *sistema* del grifo no tiene sensor: el sensor es el humano, que está fuera del sistema.

1.12.3 11.3 Tipo 3: Verificar linealidad

Un sistema es **lineal** si cumple: 1. **Homogeneidad:** $f(\alpha \cdot x) = \alpha \cdot f(x)$ 2. **Superposición:** $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$

Truco para el examen: Si la ecuación tiene términos independientes, potencias distintas de 1, productos de variables, o funciones no lineales (sen, cos, exp, abs) → **no lineal**.

Ejercicio resuelto: Verificar 4 sistemas (a) $Y = 5U$ → Lineal (proporción directa, pasa por el origen)

(b) $Y = 5U + 3$ → **No lineal** (término independiente)

Verificación: $f(2) = 13$, $f(3) = 18$, $f(2 + 3) = f(5) = 28 \neq 13 + 18 = 31$

(c) $Y = U^2$ → **No lineal** (potencia $\neq 1$)

Verificación: $f(2) = 4$, $f(3) = 9$, $f(2 + 3) = 25 \neq 4 + 9 = 13$

(d) $\dot{Y} + 3Y = 2U$ → **Lineal** (ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes)

Lineales: (a) y (d) No lineales: (b) y (c)
--

1.12.4 11.4 Tipo 4: Clasificación múltiple

Método: Aplicar cada criterio sistemáticamente.

Ejercicio resuelto: Clasificar un sistema de riego automático **Enunciado:** Un sistema de riego mide la humedad del suelo con un sensor y activa/desactiva una electroválvula.

Criterio	Clasificación	Justificación
Lazo	Cerrado	Mide humedad y realimenta
Dinámica	Dinámico	La humedad depende del historial de riego
Linealidad	No lineal	La válvula es ON/OFF (no proporcional)
Tiempo	Híbrido (sensor muestrea $\rightarrow$ discreto; planta $\rightarrow$ continua)	
E/S	SISO	1 entrada (referencia humedad), 1 salida (humedad real)
Invarianza	Variante	Las condiciones del suelo cambian con la estación

Lazo cerrado, dinámico, no lineal, híbrido, SISO, variante en el tiempo

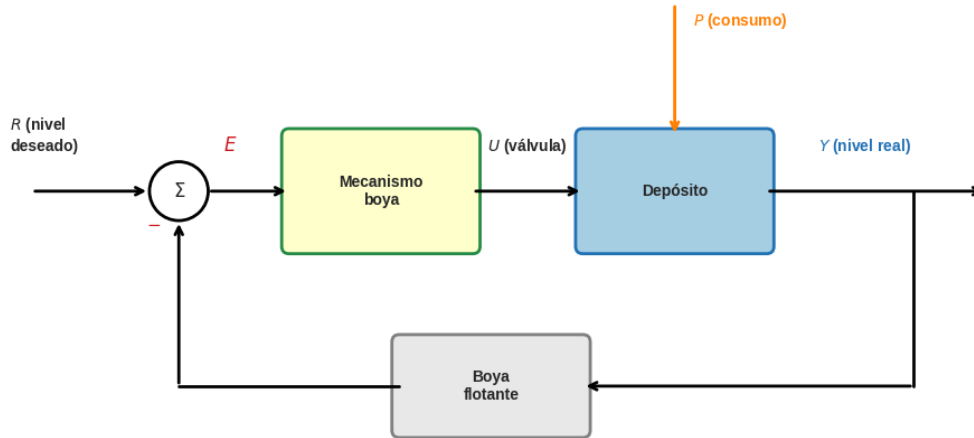
1.12.5 11.5 Tipo 5: Dibujar diagrama de bloques

Método: 1. Identificar todos los componentes (R, E, U, Y, P) 2. Colocar el sumador (Σ) a la izquierda 3. Colocar Controlador $\rightarrow$ Planta en serie 4. La perturbación entra en la planta (flecha desde arriba) 5. La salida Y se bifurca: una flecha va a la derecha (salida) y otra baja al sensor 6. El sensor realimenta al sumador con signo negativo

Ejercicio resuelto: Control de nivel de un depósito de agua **Enunciado:** Un depósito tiene una boya que mide el nivel. Cuando el nivel baja, se abre una válvula de llenado.

- R = nivel deseado (marcado en la boya)
- Y = nivel real del agua
- $E = R - Y$
- U = apertura de la válvula de entrada
- P = consumo de agua (grifo abierto)
- Controlador: mecanismo de la boya
- Planta: depósito
- Sensor: boya flotante

Diagrama de bloques: Control de nivel de un depósito



1.12.6 11.6 Tipo 6: Calcular error y acción de control

Fórmulas clave:

$$E(t) = R(t) - Y(t)$$

$$U(t) = G_c \cdot E(t) \quad (\text{control proporcional})$$

Ejercicio resuelto: Cálculo de error y acción de control Datos: Un sistema de control de presión tiene: $R = 5$ bar, $Y = 4.2$ bar, $K_p = 3$ (ganancia proporcional del controlador).

Paso 1: Calcular el error

$$E = R - Y = 5 - 4.2 = 0.8 \text{ bar}$$

Paso 2: Calcular la acción de control (proporcional)

$$U = K_p \cdot E = 3 \times 0.8 = 2.4 \text{ V (señal al actuador)}$$

Paso 3: Interpretar

El controlador envía 2.4 V al actuador (válvula), que abrirá más para aumentar la presión.

$$E = 0.8 \text{ bar}, \quad U = 2.4 \text{ V}$$

1.12.7 11.7 Tipo 7: Ventajas y desventajas de la realimentación

Ventajas del lazo cerrado sobre el lazo abierto:

1. **Reduce el efecto de perturbaciones** por un factor $\frac{1}{1+G_c \cdot G_p}$
2. **Reduce la sensibilidad** a cambios en los parámetros de la planta
3. **Mejora la precisión** (el error en régimen permanente disminuye)
4. **Mejora la velocidad** de respuesta (puede ajustarse con la ganancia)

Desventajas:

1. **Puede ser inestable** si la ganancia es demasiado alta
2. **Más complejo y costoso** (necesita sensor, controlador)
3. **El sensor introduce ruido** en la medida

Ejercicio resuelto: Comparar lazo abierto y cerrado Datos: $G_p = 10$, $G_c = 2$, $R = 1$. La planta cambia un 20% ($G'_p = 12$).

Lazo abierto:

$$Y = G_c \cdot G_p \cdot R = 2 \times 10 \times 1 = 20 \quad (\text{nominal})$$

$$Y' = 2 \times 12 \times 1 = 24 \quad (\text{con cambio})$$

$$\text{Variación} = \frac{24 - 20}{20} \times 100 = 20\%$$

Lazo cerrado:

$$Y = \frac{G_c \cdot G_p}{1 + G_c \cdot G_p} \cdot R = \frac{20}{21} = 0.952$$

$$Y' = \frac{2 \times 12}{1 + 2 \times 12} = \frac{24}{25} = 0.960$$

$$\text{Variación} = \frac{0.960 - 0.952}{0.952} \times 100 = 0.84\%$$

Lazo abierto: 20% de variación vs Lazo cerrado: 0.84% de variación

La realimentación redujo la sensibilidad al cambio de parámetros de 20% a menos del 1%.

1.12.8 11.8 Tipo 8: Identificar el tipo de control

Los principales tipos de acción de control son:

Tipo	Ley de control	Característica
ON-OFF (todo o nada)	$U = U_{max}$ si $E > 0$; $U = 0$ si $E < 0$	Simple, barato, oscila
Proporcional (P)	$U = K_p \cdot E$	Rápido, pero tiene error en régimen permanente

Tipo	Ley de control	Característica
Proporcional-Integral (PI)	$U = K_p \cdot E + K_i \int E dt$	Elimina error permanente
PID	$U = K_p \cdot E + K_i \int E dt + K_d \frac{dE}{dt}$	El más completo, anticipa el futuro

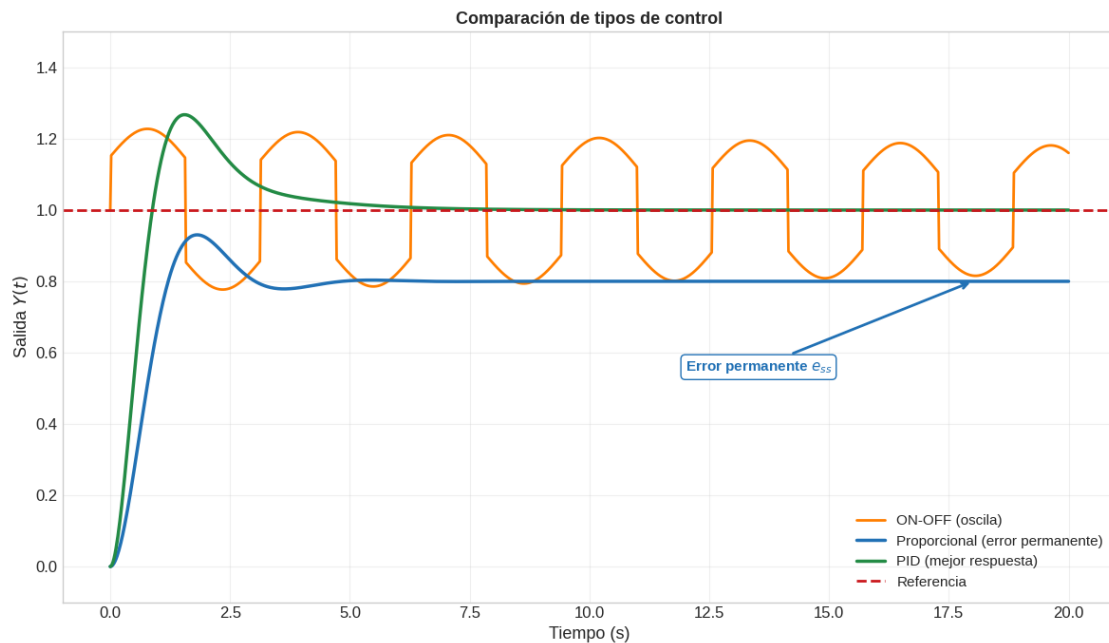
$$U_{PID} = K_p \cdot E(t) + K_i \int_0^t E(\tau) d\tau + K_d \frac{dE(t)}{dt}$$

Ejercicio resuelto: Identificar el tipo de control (a) Un termostato que enciende la calefacción si $T < 20^\circ\text{C}$ y la apaga si $T > 22^\circ\text{C}$ → **ON-OFF con histéresis**

(b) Un regulador que envía al motor una tensión igual a 3 veces el error de velocidad → **Proporcional** ($K_p = 3$)

(c) Un controlador industrial que ajusta el caudal usando el error actual, la acumulación del error pasado, y la tendencia del error → **PID**

(a) ON-OFF | (b) Proporcional | (c) PID



1.13 12. Resumen y fórmulas clave

Concepto	Fórmula / Definición	Uso
Error	$E(t) = R(t) - Y(t)$	Base de todo control en lazo cerrado
Salida lazo cerrado	$Y = \frac{G_c \cdot G_p}{1 + G_c \cdot G_p} \cdot R$	Calcular salida en régimen permanente
Efecto perturbación (lazo cerrado)	$Y_P = \frac{G_p}{1 + G_c \cdot G_p} \cdot P$	El efecto se reduce por $1 + G_c G_p$
Control proporcional	$U = K_p \cdot E$	Acción proporcional al error
Control PID	$U = K_p E + K_i \int E dt + K_d \dot{E}$	Acción completa: P + I + D
Sobreoscilación	$M_p = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$	Para sistemas de 2º orden
Tiempo de pico	$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$	Primer máximo de la respuesta
Tiempo de establecimiento	$t_s \approx \frac{4}{\xi \cdot \omega_n}$	Criterio del 2%
Sistema lineal	Cumple superposición y homogeneidad	Requisito para técnicas LTI
Lazo cerrado	Tiene sensor + comparador + realimentación	Corrige errores automáticamente

Recuerda: En el examen, lo primero es identificar si el sistema es de lazo abierto o cerrado. Si es cerrado, identificar R, E, U, Y, P. Si piden clasificar, aplicar cada criterio por separado.

Notebook generado para la asignatura Fundamentos de Control - GIERM. Tema 1: Sistemas de Control Automático.