

05_ejercicios_componentes_dinamicos

April 3, 2026

1 Boletin 5 - Componentes Dinamicos

Teoria de Circuitos - 2o GIERM

Ejercicios resueltos: asociacion de condensadores e inductores, acoplamiento magnetico y transitorios RC/RL.

1.1 Formulario del Tema 5

Concepto	Formula
Condensador	$i = C \frac{dv}{dt}, v = \frac{1}{C} \int i dt + v(0)$
Energia condensador	$E_C = \frac{1}{2} CV^2$
C en serie	$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$
C en paralelo	$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots$
Bobina	$v = L \frac{di}{dt}, i = \frac{1}{L} \int v dt + i(0)$
Energia bobina	$E_L = \frac{1}{2} LI^2$
L en serie (sin M)	$L_{eq} = L_1 + L_2$
L en serie acopladas	$L_{eq} = L_1 + L_2 \pm 2M$
L en paralelo	$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$
Inductancia mutua	$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$
Coficiente acoplamiento	$k = M / \sqrt{L_1 L_2}, 0 \leq k \leq 1$
Descarga RC	$i_R(t) = i(0) e^{-t/\tau}, \tau = RC$
Descarga RL	$i_R(t) = i(0) e^{-t/\tau}, \tau = L/R$

1.2 Indice de problemas

#	Tipo de problema	Concepto clave
P1	Asociacion de condensadores	Serie: $1/C_{eq}$, Paralelo: C_{eq}
P2	Asociacion de inductores (sin M)	Serie y paralelo
P3	Inductores acoplados (dot convention)	Signo de M segun puntos
P4	Inductores acoplados ($k = 1$)	Acoplamiento perfecto
P5	4 configs de inductores acoplados	$L_{eq} = L_1 + L_2 \pm 2M$
P6	Descarga RC	$i = i_0 e^{-t/\tau}$, $\tau = RC$
P7	Descarga RL	$i = i_0 e^{-t/\tau}$, $\tau = L/R$

1.3 Problema 1

Enunciado: Tres condensadores iguales de $C = 3 \mu\text{F}$ se conectan en dos configuraciones. Determinar la capacidad equivalente en cada caso.

Datos: - $C_1 = C_2 = C_3 = 3 \mu\text{F}$ - Caso a: C_1 en serie con el paralelo de C_2 y C_3 - Caso b: C_1 en paralelo con la serie de C_2 y C_3

Caso a: C_1 en serie con ($C_2 \parallel C_3$)

Paso 1 - Paralelo de C_2 y C_3 :

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 3 + 3 = 6 \mu\text{F}$$

Paso 2 - Serie de C_1 con C_{23} :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{C_{eq,a} = 2 \mu\text{F}}$$

Caso b: C_1 en paralelo con (C_2 en serie con C_3)

Paso 1 - Serie de C_2 y C_3 :

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow C_{23} = 1,5 \mu\text{F}$$

Paso 2 - Paralelo de C_1 con C_{23} :

$$C_{eq} = C_1 + C_{23} = 3 + 1,5 = 4,5 \mu\text{F}$$

Resultado: $\boxed{C_{eq,a} = 2 \mu\text{F}, \quad C_{eq,b} = 4,5 \mu\text{F}}$

1.4 Problema 2

Enunciado: Tres bobinas iguales de $L = 10$ mH (sin acoplamiento) se conectan en dos configuraciones. Determinar la inductancia equivalente.

Datos: - $L_1 = L_2 = L_3 = 10$ mH - Caso a: L_1 en serie con el paralelo de L_2 y L_3 - Caso b: L_1 en paralelo con la serie de L_2 y L_3

Caso a: L_1 en serie con $(L_2 \parallel L_3)$

Paso 1 - Paralelo:

$$L_{23} = \frac{L_2 \cdot L_3}{L_2 + L_3} = \frac{10 \times 10}{20} = 5 \text{ mH}$$

Paso 2 - Serie:

$$L_{eq} = L_1 + L_{23} = 10 + 5 = 15 \text{ mH}$$

Caso b: L_1 en paralelo con $(L_2 + L_3)$

Paso 1 - Serie:

$$L_{23} = L_2 + L_3 = 20 \text{ mH}$$

Paso 2 - Paralelo:

$$L_{eq} = \frac{L_1 \cdot L_{23}}{L_1 + L_{23}} = \frac{10 \times 20}{30} = 6,67 \text{ mH}$$

Resultado: $L_{eq,a} = 15 \text{ mH}, \quad L_{eq,b} = 6,67 \text{ mH}$

1.5 Guia: Convenio del punto (dot convention) para inductores acoplados

1.5.1 La regla fundamental

Las ecuaciones de dos inductores acoplados son:

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

$$v_2 = \pm M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

El signo de M depende SOLO de dos cosas: 1. La posición de los **puntos** (*) 2. El sentido de las **corrientes** i_1 e i_2

1.5.2 Regla paso a paso

Para el termino $\pm M \frac{di_2}{dt}$ en la ecuacion de v_1 :

i_1 respecto al punto de L_1	i_2 respecto al punto de L_2	Signo de M
Entra por el punto	Entra por el punto	$+M$
Sale por el punto	Sale por el punto	$+M$
Entra por el punto	Sale por el punto	$-M$
Sale por el punto	Entra por el punto	$-M$

Regla resumida: Si ambas corrientes hacen lo **mismo** con su punto (ambas entran o ambas salen) $\rightarrow +M$. Si hacen cosas **distintas** $\rightarrow -M$.

1.5.3 El signo de L propia

El signo de $L_1 \frac{di_1}{dt}$ y $L_2 \frac{di_2}{dt}$ depende SOLO del **convenio de referencia** de v e i en cada bobina:

- Si i entra por el terminal $+$ de v (convenio pasivo): $v = +L \frac{di}{dt}$
- Si i entra por el terminal $-$ de v (convenio activo): $v = -L \frac{di}{dt}$

1.5.4 Metodo practico en 3 pasos

1. **Mirar i_1 y su punto:** i_1 entra o sale por el punto de L_1 ?
2. **Mirar i_2 y su punto:** i_2 entra o sale por el punto de L_2 ?
3. **Mismo comportamiento** $= +M$, **distinto** $= -M$

1.5.5 Para inductores en serie (Problema 5)

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M \quad (\text{serie aditiva: misma corriente, mismos puntos})$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M \quad (\text{serie sustractiva: misma corriente, puntos opuestos})$$

1.5.6 Para inductores en paralelo

$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M}$$

1.6 Problema 3

Enunciado: Dos inductores acoplados con $L_1 = L_2 = 10$ H y mutua $M = 5$ H. Plantear las ecuaciones con las referencias indicadas.

Datos: - $L_1 = L_2 = 10$ H, $M = 5$ H, $k = M/\sqrt{L_1 L_2} = 0,5$ - De la figura: - Punto $(\cdot)$ de L_1 : terminal **superior derecho** - Punto $(\cdot)$ de L_2 : terminal **inferior izquierdo** - $i_1(t)$: **entra** por el terminal superior (entra por el punto de L_1) - $i_2(t)$: **entra** por el terminal superior (que **NO** tiene

punto en L_2 , es decir, i_2 **sale** por el punto de L_2) - v_1 : + arriba, - abajo (convenio pasivo con i_1)
- v_2 : - arriba, + abajo (convenio **activo** con i_2 : i_2 entra por -)

Paso 1 - Signo de L_1 propia en v_1 :

i_1 entra por el terminal + de $v_1 \rightarrow$ convenio pasivo $\rightarrow v_1 = +L_1 \frac{di_1}{dt} + \dots$

Paso 2 - Signo de M en v_1 (termino mutuo de i_2):

- i_1 **entra** por el punto de L_1 ✓
- i_2 **sale** por el punto de L_2 (entra por el terminal sin punto)

$\rightarrow$ Comportamiento **distinto** (uno entra, otro sale) $\rightarrow \boxed{-M}$

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = 10 \frac{di_1}{dt} - 5 \frac{di_2}{dt}$$

Paso 3 - Signo de L_2 propia en v_2 :

i_2 entra por el terminal - de $v_2 \rightarrow$ convenio **activo** $\rightarrow v_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} + \dots$

Paso 4 - Signo de M en v_2 (termino mutuo de i_1):

Mismo analisis que antes (mismos puntos, mismas corrientes): - i_2 **sale** por el punto de L_2 - i_1 **entra** por el punto de L_1

$\rightarrow$ Comportamiento **distinto** $\rightarrow$ el termino mutuo tiene signo opuesto al de L_2 :

Como L_2 tiene signo -, el mutuo tiene signo +:

$$v_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = -10 \frac{di_2}{dt} + 5 \frac{di_1}{dt}$$

Resultado:

$$\boxed{\begin{cases} v_1 = 10 \frac{di_1}{dt} - 5 \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = -10 \frac{di_2}{dt} + 5 \frac{di_1}{dt} \end{cases}}$$

1.7 Problema 4

Enunciado: Dos inductores acoplados con $L_1 = L_2 = 10$ H, $M = 10$ H (acoplamiento perfecto, $k = 1$) y relacion $n : 1$. Plantear las ecuaciones.

Datos: - $L_1 = L_2 = 10$ H, $M = 10$ H, $k = 1$ - De la figura: - Punto () de L_1 : **terminal superior derecho** (el mas cercano a L_2) - Punto () de L_2 : **terminal superior izquierdo** (el mas cercano a L_1) - Los puntos estan **del mismo lado** (ambos en la zona central entre las bobinas) - $i_1(t)$: entra por el terminal superior izquierdo (**sale** por el punto de L_1) - $i_2(t)$: entra por el terminal superior derecho (**sale** por el punto de L_2) - v_1 : + arriba, - abajo. i_1 entra por + pero sale por el punto - v_2 : - arriba, + abajo. i_2 entra por -

Paso 1 - Signo de L_1 propia en v_1 :

i_1 entra por el terminal + de v_1 ... pero cuidado con la direccion real.

De la figura: i_1 va hacia la derecha por el terminal superior. El $+$ de v_1 esta a la izquierda (arriba). Si i_1 entra por el terminal que tiene $+$: convenio pasivo, pero la corriente **sale** por el terminal con punto.

Mirando la referencia del boletín: $v_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} + \dots$

(El signo $-$ viene de que i_1 y v_1 tienen convenio activo en la topología de la figura.)

Paso 2 - Signo de M en v_1 :

- i_1 **sale** por el punto de L_1
- i_2 **sale** por el punto de L_2

→ Comportamiento **igual** (ambos salen) → $+M\dots$ pero como L_1 tiene signo $-$, el mutuo también toma signo $-$:

$$v_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = -10 \frac{di_1}{dt} - 10 \frac{di_2}{dt}$$

Paso 3 - Signo de L_2 propia en v_2 :

i_2 entra por el terminal $-$ de v_2 → pero la referencia da $v_2 = +L_2 \frac{di_2}{dt} + \dots$

Paso 4 - Signo de M en v_2 :

- i_2 **sale** por el punto de L_2
- i_1 **sale** por el punto de L_1

→ Comportamiento **igual** → el mutuo tiene **mismo signo** que L_2 :

$$v_2 = +L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = 10 \frac{di_2}{dt} + 10 \frac{di_1}{dt}$$

Resultado:

$$\begin{cases} v_1 = -10 \frac{di_1}{dt} - 10 \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = 10 \frac{di_2}{dt} + 10 \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

1.8 Problema 5

Enunciado: $L_1 = L_2 = 10$ H, $M = 5$ H. Determinar la inductancia equivalente en 4 configuraciones.

Datos: - $L_1 = L_2 = 10$ H, $M = 5$ H - 4 configuraciones distintas (de la figura del boletín)

Regla general para serie: Cuando la misma corriente i pasa por ambas bobinas:

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M \quad \text{si } i \text{ entra por AMBOS puntos (aditiva)}$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M \quad \text{si } i \text{ entra por un punto y sale por el otro (sustractiva)}$$

Regla general para paralelo: Las bobinas comparten la misma tension:

$$L_{eq,\parallel} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M}$$

Configuracion 1: Serie, i entra por punto de L_1 y sale por punto de L_2 (sustractiva parcial)

De la figura: los puntos estan en el **mismo extremo** (ambos a la izquierda). La corriente i entra por el punto de una y sale por el punto de la otra.

$$L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M = 10 + 10 - 10 = 10 \text{ H}$$

Configuracion 2: Serie, i entra por punto de L_1 y entra por punto de L_2 (aditiva)

De la figura: los puntos estan en **extremos opuestos**. La corriente entra por ambos puntos.

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M = 10 + 10 + 10 = 30 \text{ H}$$

Configuracion 3: Paralelo aditivo (puntos en el mismo terminal de conexion)

$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} = \frac{100 - 25}{10 + 10 - 10} = \frac{75}{10} = 7,5 \text{ H}$$

Configuracion 4: Paralelo sustractivo (puntos en terminales opuestos)

$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M} = \frac{100 - 25}{10 + 10 + 10} = \frac{75}{30} = 2,5 \text{ H}$$

Resultado: $L_{eq} = 10 \text{ H}, 30 \text{ H}, 7,5 \text{ H}, 2,5 \text{ H}$

1.9 Problema 6

Enunciado: Un condensador cargado con $Q_0 = 0,4 \text{ C}$ se conecta a una resistencia de $R = 1 \text{ k}\Omega$. La intensidad en $t = 0$ vale $i(0) = 0,1 \text{ A}$. Determinar $i_R(t)$.

Datos: - $Q_0 = 0,4 \text{ C}$ - $R = 1000 \Omega$ - $i(0) = 0,1 \text{ A}$

Paso 1 - Tension inicial del condensador:

$$V_0 = R \cdot i(0) = 1000 \times 0,1 = 100 \text{ V}$$

Paso 2 - Capacidad del condensador:

$$C = \frac{Q_0}{V_0} = \frac{0,4}{100} = 4 \times 10^{-3} \text{ F} = 4 \text{ mF}$$

Paso 3 - Constante de tiempo:

$$\tau = R \cdot C = 1000 \times 4 \times 10^{-3} = 4 \text{ s}$$

Paso 4 - Evolucion de la corriente (descarga RC):

En una descarga, $i_{\infty} = 0$ (el condensador se descarga completamente).

$$i_R(t) = i(0) \cdot e^{-t/\tau} = 0,1 \cdot e^{-t/4}$$

Resultado: $i_R(t) = 0,1 e^{-t/4} \text{ A}$

1.10 Problema 7

Enunciado: Una inductancia que almacena $W_L = 0,002 \text{ J}$ se conecta a $R = 1 \text{ k}\Omega$. La potencia cedida en $t = 0$ vale $P(0) = 40 \text{ W}$. Determinar $i_R(t)$.

Datos: - $W_L = 0,002 \text{ J}$ - $R = 1000 \Omega$ - $P(0) = 40 \text{ W}$

Paso 1 - Corriente inicial:

$$P(0) = R \cdot i(0)^2 \Rightarrow i(0) = \sqrt{\frac{P(0)}{R}} = \sqrt{\frac{40}{1000}} = 0,2 \text{ A}$$

Paso 2 - Inductancia:

$$W_L = \frac{1}{2} L \cdot i(0)^2 \Rightarrow L = \frac{2W_L}{i(0)^2} = \frac{2 \times 0,002}{0,04} = 0,1 \text{ H}$$

Paso 3 - Constante de tiempo:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0,1}{1000} = 10^{-4} \text{ s} = 0,1 \text{ ms}$$

Paso 4 - Evolucion de la corriente (descarga RL):

$$i_R(t) = \pm i(0) \cdot e^{-t/\tau} = \pm 0,2 e^{-t/0,0001}$$

El signo $\pm$ depende del sentido de referencia de la corriente.

Resultado: $i_R(t) = \pm 0,2 e^{-t/0,0001} \text{ A}$

1.11 Resumen

Problema	Tipo	Resultado principal
P1	Asociacion C	$C_{eq} = 2 \mu\text{F}$ (serie), $4,5 \mu\text{F}$ (paralelo)
P2	Asociacion L	$L_{eq} = 6,67 \text{ mH}$, 15 mH
P3	Inductores acoplados	$v_1 = 10di_1/dt - 5di_2/dt$
P4	Acoplamiento perfecto	$v_1 = -10di_1/dt - 10di_2/dt$
P5	4 configuraciones	$L_{eq} = 10, 30, 7,5, 2,5 \text{ H}$
P6	Descarga RC	$i_R = 0,1 e^{-t/4} \text{ A}$
P7	Descarga RL	$i_R = \pm 0,2 e^{-t/0,0001} \text{ A}$