

05_componentes_dinamicos

April 3, 2026

1 Tema 5 - Componentes Dinámicos

Teoría de Circuitos - ETSI, Universidad de Sevilla

1.1 Objetivos de aprendizaje

- Comprender la relación constitutiva del condensador ($q = Cu$, $i = C \frac{du}{dt}$) y sus propiedades de almacenamiento de energía
 - Comprender la relación constitutiva de la bobina ($\phi = Li$, $u = L \frac{di}{dt}$) y sus propiedades de almacenamiento de energía
 - Calcular combinaciones serie y paralelo de condensadores e inductancias
 - Entender el acoplamiento magnético, la inductancia mutua y el transformador ideal
 - Reconocer la dualidad $C \leftrightarrow L$ y aplicarla para simplificar análisis
 - Conocer los modelos de componentes pasivos reales (parásitos)
-

1.2 1. El condensador

1.2.1 1.1 Introduccion e intuicion

El **condensador** es un componente que almacena energia en forma de **campo electrico**. Fisicamente, consiste en dos placas conductoras separadas por un material dielectrico.

Analogia hidraulica: un condensador se comporta como un deposito de agua flexible (membrana). La presion (tension) depende de cuanta agua (carga) se ha acumulado, y el flujo (corriente) solo existe mientras la membrana se esta deformando (la tension cambia).

1.2.2 1.2 Relacion constitutiva

La carga almacenada es proporcional a la tension entre sus terminales:

$$q = C \cdot u$$

donde C es la **capacidad** en faradios (F). Derivando respecto al tiempo:

$$i = C \frac{du}{dt}$$

Y la tension a partir de la corriente (forma integral):

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + u(t_0)$$

Formula	Descripcion
$q = C \cdot u$	Carga almacenada
$i = C \frac{du}{dt}$	Corriente en funcion de la derivada de tension
$u(t) = \frac{1}{C} \int i dt + u(t_0)$	Tension a partir de la corriente
$w_C = \frac{1}{2} C u^2 \geq 0$	Energia almacenada (siempre positiva)

1.2.3 1.3 Propiedades fundamentales

- **Elemento almacenador de energia:** $w_C = \frac{1}{2} C u^2 \geq 0$. El condensador **no disipa** energia, la almacena y la devuelve.
- **La tension NO puede cambiar instantaneamente:** $u(0^-) = u(0^+)$. Un cambio instantaneo requeriria corriente infinita ($i = C \frac{du}{dt} \rightarrow \infty$).
- En **corriente continua** (regimen permanente), $\frac{du}{dt} = 0 \implies i = 0$: el condensador se comporta como un **circuito abierto**.

Error frecuente: confundir la condicion de continuidad. Es la **tension** del condensador la que no puede saltar, no la corriente.

1.3 2. Asociacion de condensadores

1.3.1 2.1 Condensadores en serie

Cuando n condensadores se conectan en **serie**, la capacidad equivalente es:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$$

Para dos condensadores en serie:

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

1.3.2 2.2 Condensadores en paralelo

Cuando n condensadores se conectan en **paralelo**, la capacidad equivalente es:

$$C_{eq} = \sum_{k=1}^n C_k$$

Atencion: las reglas de asociacion de condensadores son **opuestas** a las de resistencias. Serie $\rightarrow$ producto/suma (como resistencias en paralelo). Paralelo $\rightarrow$ suma directa (como resistencias en serie).

Configuracion	Formula	Analogia con resistencias
Serie	$\frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_k}$	Como resistencias en paralelo
Paralelo	$C_{eq} = \sum C_k$	Como resistencias en serie

1.4 3. La inductancia (bobina)

1.4.1 3.1 Introduccion e intuicion

La **inductancia** (bobina) almacena energia en forma de **campo magnetico**. Fisicamente, es un conductor enrollado (solenoides) que genera un flujo magnetico proporcional a la corriente.

Analogia hidraulica: una bobina se comporta como una **turbina con inercia**. Una vez que el agua (corriente) fluye, la turbina se resiste a detenerse; y si esta parada, se resiste a arrancar.

1.4.2 3.2 Relacion constitutiva

El flujo magnetico concatenado es proporcional a la corriente:

$$\phi = L \cdot i$$

donde L es la **inductancia** en henrios (H). Derivando (ley de Faraday):

$$u = L \frac{di}{dt}$$

Y la corriente a partir de la tension (forma integral):

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\tau) d\tau + i(t_0)$$

Formula	Descripcion
$\phi = L \cdot i$	Flujo magnetico concatenado
$u = L \frac{di}{dt}$	Tension en funcion de la derivada de corriente

Formula	Descripcion
$i(t) = \frac{1}{L} \int u dt + i(t_0)$	Corriente a partir de la tension
$w_L = \frac{1}{2} Li^2 \geq 0$	Energia almacenada (siempre positiva)

1.4.3 3.3 Propiedades fundamentales

- **Elemento almacenador de energia:** $w_L = \frac{1}{2} Li^2 \geq 0$. La bobina **no disipa** energia.
- **La corriente NO puede cambiar instantaneamente:** $i(0^-) = i(0^+)$. Un cambio instantaneo requeriria tension infinita ($u = L \frac{di}{dt} \rightarrow \infty$).
- En **corriente continua** (regimen permanente), $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u = 0$: la bobina se comporta como un **cortocircuito**.

Error frecuente: confundir la condicion de continuidad. Es la **corriente** de la bobina la que no puede saltar, no la tension.

1.5 4. Asociacion de inductancias

1.5.1 4.1 Inductancias en serie

Cuando n bobinas se conectan en **serie** (sin acoplamiento magnetico):

$$L_{eq} = \sum_{k=1}^n L_k$$

1.5.2 4.2 Inductancias en paralelo

Cuando n bobinas se conectan en **paralelo**:

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k}$$

Para dos bobinas en paralelo:

$$L_{eq} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$

Nota: las reglas de asociacion de inductancias son **iguales** a las de resistencias. Serie $\rightarrow$ suma directa. Paralelo $\rightarrow$ producto/suma.

Configuracion	Formula	Analogia con resistencias
Serie	$L_{eq} = \sum L_k$	Como resistencias en serie
Paralelo	$\frac{1}{L_{eq}} = \sum \frac{1}{L_k}$	Como resistencias en paralelo

1.6 5. Energia almacenada en condensadores e inductancias

1.7 6. Acoplamiento magnetico

1.7.1 6.1 Inductancia mutua

Cuando dos bobinas estan proximas, parte del flujo magnetico de una atraviesa a la otra. Se define la **inductancia mutua** M :

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}, \quad 0 \leq k \leq 1$$

donde k es el **coeficiente de acoplamiento**: - $k = 0$: sin acoplamiento (bobinas muy separadas)
- $k = 1$: acoplamiento perfecto (todo el flujo es compartido, transformador ideal) - $0 < k < 1$: acoplamiento parcial (caso real)

1.7.2 6.2 Ecuaciones del transformador

Las ecuaciones constitutivas de dos bobinas acopladas son:

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = \pm M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

El signo $\pm$ depende del **convenio de puntos** (*dot convention*): - **Signo +**: si ambas corrientes **entran** por los terminales con punto, o ambas **salen** - **Signo -**: si una corriente entra por el punto y la otra sale por el punto

1.7.3 6.3 Transformador ideal

Un transformador ideal ($k = 1$, sin perdidas) cumple:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = n \quad i_1 \cdot N_1 = i_2 \cdot N_2$$

donde $n = N_1/N_2$ es la **relacion de transformacion**.

Propiedad	Formula
Relacion de tensiones	$u_1/u_2 = N_1/N_2$
Relacion de corrientes	$i_1 \cdot N_1 = i_2 \cdot N_2$
Impedancia reflejada	$Z_{\text{ref}} = n^2 \cdot Z_2$

Propiedad	Formula
Potencia	$p_1 = p_2$ (sin perdidas)

1.8 7. Tabla de dualidad $C \leftrightarrow L$

El condensador y la inductancia son **elementos duales**. Cada propiedad de uno tiene su correspondiente en el otro, intercambiando variables:

Condensador (C)	Inductancia (L)
$q = Cu$	$\phi = Li$
$i = C \frac{du}{dt}$	$u = L \frac{di}{dt}$
$u = \frac{1}{C} \int i dt + u(t_0)$	$i = \frac{1}{L} \int u dt + i(t_0)$
$w_C = \frac{1}{2} Cu^2$	$w_L = \frac{1}{2} Li^2$
$u(0^-) = u(0^+)$	$i(0^-) = i(0^+)$
CC: circuito abierto	CC: cortocircuito
Serie: $\frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_k}$	Serie: $L_{eq} = \sum L_k$
Paralelo: $C_{eq} = \sum C_k$	Paralelo: $\frac{1}{L_{eq}} = \sum \frac{1}{L_k}$
Variable de estado: u (tension)	Variable de estado: i (corriente)

Truco para el examen: si sabes resolver un circuito con condensadores, puedes resolver el dual con bobinas simplemente intercambiando $u \leftrightarrow i$, serie $\leftrightarrow$ paralelo, $C \leftrightarrow L$.

1.9 8. Elementos pasivos reales

Los componentes reales no son ideales. Cada uno tiene **elementos parasitos** que afectan su comportamiento, especialmente a alta frecuencia.

1.9.1 8.1 Resistencia real

Una resistencia real tiene: - **Inductancia parasita** L_p (debida al cuerpo del componente y a los terminales) - **Capacidad parasita** C_p (entre terminales)

A baja frecuencia se comporta como resistencia ideal; a alta frecuencia, los parasitos dominan.

1.9.2 8.2 Condensador real

Un condensador real tiene: - **ESR** (*Equivalent Series Resistance*): resistencia del dielectrico y las placas - **ESL** (*Equivalent Series Inductance*): inductancia de los terminales

$$Z_C = \text{ESR} + j\omega \cdot \text{ESL} + \frac{1}{j\omega C}$$

Existe una **frecuencia de autorresonancia** donde Z_C es minima.

1.9.3 8.3 Bobina real

Una bobina real tiene: - **Resistencia del devanado** R_w : perdidas ohmicas en el hilo - **Capacidad entre espiras** C_p : capacidad parasita entre vueltas del bobinado

A baja frecuencia domina $R_w + j\omega L$; a alta frecuencia, C_p crea una resonancia parasita.

Componente	Modelo ideal	Parasitos principales
Resistencia	R	L_p (serie), C_p (paralelo)
Condensador	C	ESR (serie), ESL (serie)
Bobina	L	R_w (serie), C_p (paralelo)

1.10 9. Metodologia de resolucion

1.10.1 Pasos para resolver problemas con componentes dinamicos:

Paso 1: Identificar todos los condensadores e inductancias del circuito y sus condiciones iniciales $u_C(t_0)$, $i_L(t_0)$.

Paso 2: Aplicar las condiciones de continuidad en $t = 0$: - $u_C(0^+) = u_C(0^-)$ para cada condensador - $i_L(0^+) = i_L(0^-)$ para cada bobina

Paso 3: Plantear las ecuaciones constitutivas ($i = C \frac{du}{dt}$, $u = L \frac{di}{dt}$) junto con las leyes de Kirchhoff.

Paso 4: Para asociaciones, calcular C_{eq} o L_{eq} antes de resolver.

Paso 5: Calcular la energia almacenada si se pide: $w_C = \frac{1}{2}Cu^2$, $w_L = \frac{1}{2}Li^2$.

Paso 6: Para transformadores, aplicar las relaciones $u_1/u_2 = N_1/N_2$ e $i_1N_1 = i_2N_2$.

1.11 10. Ejemplos resueltos

1.11.1 10.1 Ejemplo A: Carga y energia en un condensador

Ejercicio resuelto: Condensador con corriente conocida Datos: $C = 10 \mu\text{F}$, $u_C(0) = 2 \text{ V}$. La corriente es $i(t) = 5 \text{ mA}$ constante durante $0 \leq t \leq 4 \text{ ms}$.

Paso 1: Calcular $u_C(t)$ para $0 \leq t \leq 4 \text{ ms}$.

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i d\tau + u_C(0) = \frac{1}{10 \mu\text{F}} \cdot 5 \text{ mA} \cdot t + 2$$

$$u_C(t) = \frac{5 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-6}} \cdot t + 2 = 500t + 2 \text{ V}$$

Paso 2: En $t = 4 \text{ ms}$:

$$u_C(4 \text{ ms}) = 500 \times 4 \times 10^{-3} + 2 = 2 + 2 = 4 \text{ V}$$

Paso 3: Carga almacenada en $t = 4 \text{ ms}$:

$$q = C \cdot u_C = 10 \text{ } \mu\text{F} \times 4 = 40 \text{ } \mu\text{C}$$

Paso 4: Energia almacenada en $t = 4 \text{ ms}$:

$$w_C = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2} \times 10 \text{ } \mu\text{F} \times 4^2 = 80 \text{ } \mu\text{J}$$

1.11.2 10.2 Ejemplo B: Flujo y energia en una bobina

Ejercicio resuelto: Bobina con tension conocida Datos: $L = 50 \text{ mH}$, $i_L(0) = 0 \text{ A}$. La tension es $u(t) = 10 \text{ V}$ constante durante $0 \leq t \leq 2 \text{ ms}$.

Paso 1: Calcular $i_L(t)$:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u \, d\tau + i_L(0) = \frac{10}{50 \text{ mH}} \cdot t + 0 = 200t \text{ A}$$

Paso 2: En $t = 2 \text{ ms}$:

$$i_L(2 \text{ ms}) = 200 \times 2 \times 10^{-3} = 0.4 \text{ A}$$

Paso 3: Flujo magnetico:

$$\phi = L \cdot i_L = 50 \text{ mH} \times 0.4 = 20 \text{ mWb}$$

Paso 4: Energia almacenada:

$$w_L = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2} \times 50 \text{ mH} \times 0.4^2 = 4 \text{ mJ}$$

1.12 11. Catalogo completo de ejercicios: todos los patrones

Esta seccion clasifica todos los tipos de problemas que pueden aparecer en examen sobre componentes dinamicos.

#	Tipo	Componente	Ecuacion clave	Dificultad
1	Tension del condensador a partir de forma de onda de corriente	C	$u = \frac{1}{C} \int i dt + u(t_0)$	Media
2	Corriente de la bobina a partir de forma de onda de tension	L	$i = \frac{1}{L} \int u dt + i(t_0)$	Media
3	Energia almacenada en C o L	C, L	$w = \frac{1}{2}Cu^2, w = \frac{1}{2}Li^2$	Baja
4	Condensadores en serie		$1/C_{eq} = \sum 1/C_k$	Baja
5	Condensadores en paralelo		$C_{eq} = \sum C_k$	Baja
6	Inductancias en serie		$L_{eq} = \sum L_k$	Baja
7	Inductancias en paralelo		$1/L_{eq} = \sum 1/L_k$	Baja
8	Condiciones de continuidad: $u_C(0^+),$ $i_L(0^+)$	C, L	Continuidad	Media
9	Bobinas acopladas (inductancia mutua)	L, M	$u = L \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt}$	Alta
10	Transformador ideal	Trafo	$u_1/u_2 = N_1/N_2$	Media

1.12.1 11.1 Tipo 1: Tension del condensador a partir de forma de onda de corriente

Se da $i(t)$ como funcion a tramos y se pide $u_C(t)$. Se aplica:

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + u_C(t_0)$$

Como afectan los parametros: - Si C **aumenta** $\rightarrow$ la tension cambia mas lentamente (mas

inercia) - Si i **aumenta** $\rightarrow$ la tension cambia mas rapido - Si $u_C(t_0)$ **cambia** $\rightarrow$ solo desplaza la curva verticalmente

Ejercicio resuelto: Corriente triangular en condensador Datos: $C = 100 \mu\text{F}$, $u_C(0) = 0$ V. La corriente es triangular: sube linealmente de 0 a 10 mA en $0 \leq t \leq 1$ ms, luego baja linealmente de 10 mA a 0 en $1 \leq t \leq 2$ ms.

Tramo 1 ($0 \leq t \leq 1$ ms): $i(t) = 10t$ A (con t en segundos, i en A: $i = 10 \times 10^3 \times 10^{-3} \cdot t = 10t$).

En realidad, si sube de 0 a 10 mA en 1 ms: $i(t) = \frac{10 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-3}} t = 10t$ A.

$$u_C(t) = \frac{1}{100 \mu\text{F}} \int_0^t 10\tau d\tau = \frac{10}{100 \times 10^{-6}} \cdot \frac{t^2}{2} = 50000 \cdot t^2 \text{ V}$$

En $t = 1$ ms: $u_C = 50000 \times (10^{-3})^2 = 0.05$ V.

Tramo 2 ($1 \leq t \leq 2$ ms): $i(t) = 10 \times 10^{-3} - 10(t - 10^{-3})$ A. Se integra analogamente partiendo de $u_C(1 \text{ ms}) = 0.05$ V.

$$u_C(2 \text{ ms}) = 0.1 \text{ V}$$

1.12.2 11.2 Tipo 2: Corriente de la bobina a partir de forma de onda de tension

Se da $u(t)$ como funcion a tramos y se pide $i_L(t)$. Se aplica:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\tau) d\tau + i_L(t_0)$$

Como afectan los parametros: - Si L **aumenta** $\rightarrow$ la corriente cambia mas lentamente (mas inercia) - Si u **aumenta** $\rightarrow$ la corriente cambia mas rapido

Ejercicio resuelto: Pulso rectangular de tension en bobina Datos: $L = 20$ mH, $i_L(0) = 1$ A. La tension es $u = 4$ V durante $0 \leq t \leq 5$ ms, luego $u = 0$.

Paso 1: Para $0 \leq t \leq 5$ ms:

$$i_L(t) = \frac{1}{20 \text{ mH}} \int_0^t 4 d\tau + 1 = \frac{4}{0.02} t + 1 = 200t + 1 \text{ A}$$

Paso 2: En $t = 5$ ms:

$$i_L(5 \text{ ms}) = 200 \times 5 \times 10^{-3} + 1 = 2 \text{ A}$$

Paso 3: Para $t > 5$ ms, $u = 0 \Rightarrow di_L/dt = 0$, la corriente se mantiene constante:

$$i_L(t) = 2 \text{ A} \quad \text{para } t > 5 \text{ ms}$$

1.12.3 11.3 Tipo 3: Calculo de energia almacenada

$$\boxed{w_C = \frac{1}{2} C u_C^2} \quad \boxed{w_L = \frac{1}{2} L i_L^2}$$

Variantes comunes: - Calcular la energia en un instante dado - Calcular la variacion de energia $\Delta w = w(t_2) - w(t_1)$ - Calcular la energia suministrada o absorbida en un intervalo

Ejercicio resuelto: Variacion de energia Datos: $C = 47 \mu\text{F}$ con u_C que cambia de 3 V a 8 V. Bobina $L = 10 \text{ mH}$ con i_L que cambia de 0.5 A a 2 A.

Condensador:

$$\Delta w_C = \frac{1}{2} C (u_2^2 - u_1^2) = \frac{1}{2} \times 47 \mu\text{F} \times (8^2 - 3^2) = \frac{1}{2} \times 47 \times 10^{-6} \times 55 = 1.29 \text{ mJ}$$

Bobina:

$$\Delta w_L = \frac{1}{2} L (i_2^2 - i_1^2) = \frac{1}{2} \times 10 \text{ mH} \times (2^2 - 0.5^2) = \frac{1}{2} \times 0.01 \times 3.75 = 18.75 \text{ mJ}$$

$$\boxed{\Delta w_C = 1.29 \text{ mJ}, \quad \Delta w_L = 18.75 \text{ mJ}}$$

1.12.4 11.4 Tipo 4: Condensadores en serie

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

Caso especial (2 condensadores): $C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

Caso especial (n condensadores iguales): $C_{eq} = C/n$

Ejercicio resuelto: Tres condensadores en serie Datos: $C_1 = 10 \mu\text{F}$, $C_2 = 20 \mu\text{F}$, $C_3 = 30 \mu\text{F}$ en serie.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{6 + 3 + 2}{60} = \frac{11}{60}$$

$$\boxed{C_{eq} = \frac{60}{11} \approx 5.45 \mu\text{F}}$$

Nota: el resultado en serie siempre es **menor** que el menor de los condensadores individuales.

1.12.5 11.5 Tipo 5: Condensadores en paralelo

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n}$$

Ejercicio resuelto: Tres condensadores en paralelo Datos: $C_1 = 10 \mu\text{F}$, $C_2 = 20 \mu\text{F}$, $C_3 = 30 \mu\text{F}$ en paralelo.

$$C_{eq} = 10 + 20 + 30 = 60 \mu\text{F}$$

1.12.6 11.6 Tipo 6: Inductancias en serie

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

Ejercicio resuelto: Dos bobinas en serie Datos: $L_1 = 100 \text{ mH}$, $L_2 = 250 \text{ mH}$ en serie (sin acoplamiento).

$$L_{eq} = 100 + 250 = 350 \text{ mH}$$

1.12.7 11.7 Tipo 7: Inductancias en paralelo

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}$$

Ejercicio resuelto: Dos bobinas en paralelo Datos: $L_1 = 100 \text{ mH}$, $L_2 = 250 \text{ mH}$ en paralelo.

$$L_{eq} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2} = \frac{100 \times 250}{100 + 250} = \frac{25000}{350}$$

$$L_{eq} \approx 71.43 \text{ mH}$$

1.12.8 11.8 Tipo 8: Condiciones de continuidad

En el instante de una conmutacion ($t = 0$):

$$u_C(0^+) = u_C(0^-)$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-)$$

Procedimiento: 1. Resolver el circuito para $t < 0$ (regimen permanente anterior) 2. Determinar $u_C(0^-)$ e $i_L(0^-)$ 3. Aplicar continuidad: estos valores se mantienen justo despues de la conmutacion 4. Resolver el nuevo circuito en $t = 0^+$ usando esos valores como condiciones iniciales

Ejercicio resuelto: Conmutacion con C y L Datos: Circuito con $V_s = 12 \text{ V}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 100 \mu\text{F}$. Antes de la conmutacion, el condensador esta cargado a $u_C = 8 \text{ V}$. En $t = 0$ se abre un interruptor.

Paso 1: Condicion inicial: $u_C(0^-) = 8 \text{ V}$.

Paso 2: Continuidad: $u_C(0^+) = u_C(0^-) = 8 \text{ V}$.

Paso 3: La corriente justo despues de la conmutacion depende del nuevo circuito. Si el condensador queda en serie con R :

$$i(0^+) = \frac{V_s - u_C(0^+)}{R} = \frac{12 - 8}{1 \text{ k}\Omega} = 4 \text{ mA}$$

$$u_C(0^+) = 8 \text{ V}, \quad i(0^+) = 4 \text{ mA}$$

Error frecuente: asumir que la corriente del condensador tambien es continua. **Solo la tension** del condensador es continua; la corriente puede saltar.

1.12.9 11.9 Tipo 9: Bobinas acopladas

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = \pm M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

Como afectan los parametros: - Si M **aumenta** $\rightarrow$ mayor acoplamiento, mas influencia entre bobinas - Si $k \rightarrow 1 \rightarrow$ se aproxima al transformador ideal - El **signo** depende del convenio de puntos (convenio critico en examen)

Ejercicio resuelto: Inductancia mutua Datos: $L_1 = 100 \text{ mH}$, $L_2 = 400 \text{ mH}$, $k = 0.5$. Las corrientes son $i_1(t) = 2 \sin(100t) \text{ A}$ e $i_2(t) = 0 \text{ A}$.

Paso 1: Calcular M :

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0.5 \times \sqrt{0.1 \times 0.4} = 0.5 \times 0.2 = 0.1 \text{ H} = 100 \text{ mH}$$

Paso 2: Calcular u_1 (con signos + por convenio de puntos):

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = 0.1 \times 200 \cos(100t) + 0 = 20 \cos(100t) \text{ V}$$

Paso 3: Calcular u_2 :

$$u_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} = 0.1 \times 200 \cos(100t) + 0 = 20 \cos(100t) \text{ V}$$

$$u_1 = 20 \cos(100t) \text{ V}, \quad u_2 = 20 \cos(100t) \text{ V}$$

1.12.10 11.10 Tipo 10: Transformador ideal

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

$$i_1 N_1 = i_2 N_2$$

$$Z_{\text{ref}} = n^2 Z_2$$

Como afectan los parametros: - Si $n > 1 \rightarrow$ elevador de tension (tension secundaria menor) - Si $n < 1 \rightarrow$ reductor de tension (tension secundaria mayor) - La impedancia vista desde el primario se multiplica por n^2

Ejercicio resuelto: Transformador ideal con carga resistiva **Datos:** Transformador ideal con $N_1 = 500$ espiras, $N_2 = 100$ espiras. Tension primaria $u_1 = 220$ V (eficaz). Carga $R_L = 10 \Omega$.

Paso 1: Relacion de transformacion:

$$n = \frac{N_1}{N_2} = \frac{500}{100} = 5$$

Paso 2: Tension secundaria:

$$u_2 = \frac{u_1}{n} = \frac{220}{5} = 44 \text{ V}$$

Paso 3: Corriente secundaria:

$$i_2 = \frac{u_2}{R_L} = \frac{44}{10} = 4.4 \text{ A}$$

Paso 4: Corriente primaria:

$$i_1 = \frac{i_2}{n} = \frac{4.4}{5} = 0.88 \text{ A}$$

Paso 5: Impedancia reflejada al primario:

$$Z_{\text{ref}} = n^2 \cdot R_L = 25 \times 10 = 250 \Omega$$

Verificacion: $u_1/Z_{\text{ref}} = 220/250 = 0.88 \text{ A} = i_1 \checkmark$

$u_2 = 44 \text{ V}, \quad i_1 = 0.88 \text{ A}, \quad Z_{\text{ref}} = 250 \Omega$

1.12.11 Tabla resumen de formulas por tipo

#	Tipo	Formula clave
1	u_C desde $i(t)$	$u_C = \frac{1}{C} \int i dt + u_C(t_0)$
2	i_L desde $u(t)$	$i_L = \frac{1}{L} \int u dt + i_L(t_0)$
3	Energia	$w_C = \frac{1}{2} C u^2, w_L = \frac{1}{2} L i^2$
4	C serie	$\frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_k}$
5	C paralelo	$C_{eq} = \sum C_k$
6	L serie	$L_{eq} = \sum L_k$
7	L paralelo	$\frac{1}{L_{eq}} = \sum \frac{1}{L_k}$
8	Continuidad	$u_C(0^+) = u_C(0^-), i_L(0^+) = i_L(0^-)$

#	Tipo	Formula clave
9	Acopladas	$u = L \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt}$
10	Trafo ideal	$u_1/u_2 = N_1/N_2, i_1 N_1 = i_2 N_2$

1.13 12. Resumen y tabla comparativa C vs L

Propiedad	Condensador (C)	Inductancia (L)
Variable almacenada	Carga $q = Cu$	Flujo $\phi = Li$
Relacion constitutiva	$i = C \frac{du}{dt}$	$u = L \frac{di}{dt}$
Forma integral	$u = \frac{1}{C} \int i dt + u(t_0)$	$i = \frac{1}{L} \int u dt + i(t_0)$
Energia	$w = \frac{1}{2} Cu^2$	$w = \frac{1}{2} Li^2$
Continuidad	$u_C(0^-) = u_C(0^+)$	$i_L(0^-) = i_L(0^+)$
En CC (perm.)	Circuito abierto ($i = 0$)	Cortocircuito ($u = 0$)
Serie	$1/C_{eq} = \sum 1/C_k$	$L_{eq} = \sum L_k$
Paralelo	$C_{eq} = \sum C_k$	$1/L_{eq} = \sum 1/L_k$
Variable de estado	Tension u_C	Corriente i_L
Unidad SI	Faradio (F)	Henrio (H)

Formulas clave para el examen:

Formula	Uso
$i = C \frac{du}{dt}$	Corriente en condensador
$u = L \frac{di}{dt}$	Tension en bobina
$w_C = \frac{1}{2} Cu^2$	Energia en condensador
$w_L = \frac{1}{2} Li^2$	Energia en bobina
$u_C(0^-) = u_C(0^+)$	Continuidad de tension en C
$i_L(0^-) = i_L(0^+)$	Continuidad de corriente en L
$k = M/\sqrt{L_1 L_2}$	Coeficiente de acoplamiento
$u_1/u_2 = N_1/N_2$	Transformador ideal (tensiones)
$i_1 N_1 = i_2 N_2$	Transformador ideal (corrientes)