

06_circuitos_corriente_continua

April 3, 2026

1 Tema 6 - Circuitos de Corriente Continua

Teoría de Circuitos - ETSI, Universidad de Sevilla

1.1 Objetivos de aprendizaje

- Distinguir entre régimen transitorio y régimen permanente en circuitos con elementos dinámicos
- Analizar circuitos en régimen permanente de corriente continua (CC) sustituyendo condensadores e inductores por sus equivalentes
- Determinar condiciones iniciales en un instante dado usando la continuidad de u_C e i_L
- Resolver circuitos transitorios de primer orden (RC y RL) con la fórmula general de la exponencial
- Descomponer la respuesta en natural (homogénea) y forzada (particular)
- Calcular la constante de tiempo τ a partir de la resistencia de Thévenin

Configuración lista.

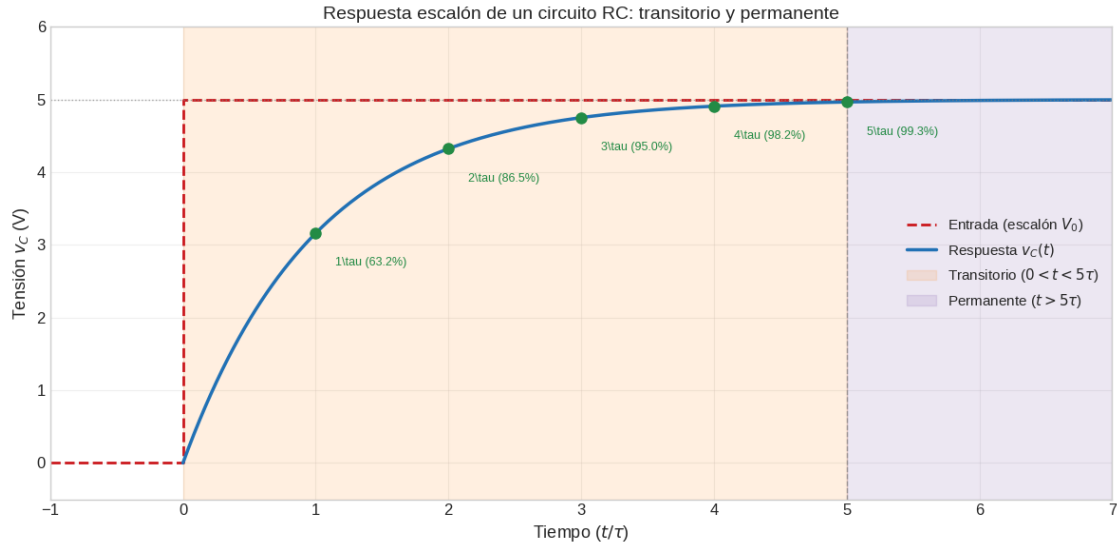
1.2 1. Régimen transitorio vs régimen permanente

Cuando un circuito contiene solo resistencias y fuentes (circuito **estático**), la respuesta a cualquier cambio es instantánea: no hay memoria ni evolución temporal.

Sin embargo, cuando el circuito incluye **condensadores** (C) o **inductores** (L) — elementos **dinámicos** — la respuesta no es inmediata. Al producirse un cambio (conexión de fuente, apertura de interruptor, etc.), el circuito atraviesa dos fases:

1. **Régimen transitorio**: evolución temporal desde las condiciones iniciales hasta el estado final. La duración depende de la **constante de tiempo** τ del circuito.
2. **Régimen permanente** (estacionario): estado al que tiende el circuito cuando $t \rightarrow \infty$. Todas las magnitudes alcanzan valores constantes (en CC).

Regla práctica: el transitorio se considera terminado tras $\approx 5\tau$ (la señal ha alcanzado el 99.3% de su valor final).



1.3 2. Régimen permanente de corriente continua (CC)

En **régimen permanente CC**, todas las magnitudes del circuito son constantes: tensiones, corrientes, potencias. Esto implica que **todas las derivadas temporales son cero**.

1.3.1 Consecuencias para los elementos dinámicos

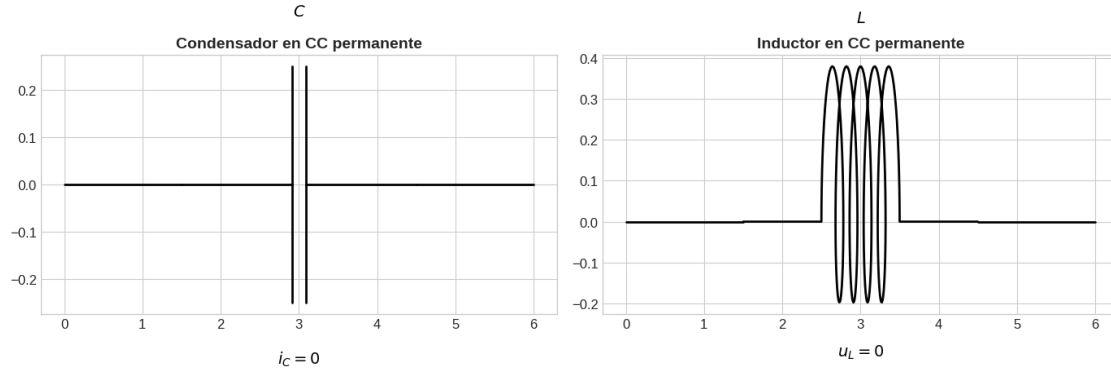
Elemento	Ecuación constitutiva	En CC ($\frac{d}{dt} = 0$)	Equivalente
Condensador	$i_C = C \frac{du_C}{dt}$	$i_C = C \cdot 0 = 0$	Circuito abierto (no pasa corriente)
Inductor	$u_L = L \frac{di_L}{dt}$	$u_L = L \cdot 0 = 0$	Cortocircuito (no cae tensión)

1.3.2 Metodología: análisis en régimen permanente CC

1. **Sustituir** cada condensador por un **circuito abierto** (eliminar la rama)
2. **Sustituir** cada inductor por un **cortocircuito** (reemplazar por cable)
3. **Resolver** el circuito resistivo resultante con las técnicas habituales (nudos, mallas, Thévenin...)

CC permanente: $C \rightarrow$ abierto $L \rightarrow$ cortocircuito

Error frecuente: Confundir los equivalentes. Recuerda: el condensador **bloquea** la CC (abierto), el inductor **deja pasar** la CC (corto).



1.4 3. Circuitos dinámicos en un instante dado

En muchos problemas se pide calcular magnitudes del circuito **en un instante concreto** $t = t_0$, conociendo las condiciones de los elementos dinámicos en ese instante.

1.4.1 Principio de continuidad

Las variables de **estado** no pueden cambiar instantáneamente (requieren energía infinita):

$$\boxed{u_C(t_0^+) = u_C(t_0^-)} \quad \boxed{i_L(t_0^+) = i_L(t_0^-)}$$

- La **tensión en el condensador** es continua $\rightarrow$ en $t = t_0$ el condensador se comporta como una **fuentes de tensión** de valor $u_C(t_0)$
- La **corriente en el inductor** es continua $\rightarrow$ en $t = t_0$ el inductor se comporta como una **fuentes de corriente** de valor $i_L(t_0)$

1.4.2 Metodología: análisis en un instante t_0

1. Determinar $u_C(t_0)$ e $i_L(t_0)$ (datos del problema o calculados del régimen permanente previo)
2. **Sustituir** cada condensador por una **fuentes de tensión** $u_C(t_0)$
3. **Sustituir** cada inductor por una **fuentes de corriente** $i_L(t_0)$
4. **Resolver** el circuito resultante (resistivo con fuentes) para obtener cualquier otra variable

Truco para el examen: Si el circuito estaba en régimen permanente CC antes de t_0 , calcula primero u_C e i_L con el método de la sección 2 (condensador abierto, inductor corto) y luego usa esos valores como condiciones iniciales.

1.5 4. Régimen transitorio de primer orden (RC y RL)

Los circuitos de **primer orden** contienen un único elemento dinámico (un C o un L) junto con resistencias y fuentes. Su respuesta transitoria es siempre una **exponencial**.

1.5.1 4.1 Fórmula general

$$x(t) = x(\infty) + [x(0^+) - x(\infty)] \cdot e^{-t/\tau}$$

donde $x(t)$ es cualquier tensión o corriente del circuito, y los tres valores a determinar son:

Paso	Qué calcular	Cómo
1. $x(0^+)$	Valor inicial justo después del cambio	Usar continuidad (u_C o i_L) + resolver circuito en $t = 0^+$
2. $x(\infty)$	Valor final en régimen permanente	Resolver circuito en CC permanente (C abierto, L corto)
3. τ	Constante de tiempo	$\tau = R_{Th} \cdot C$ (RC) o $\tau = L/R_{Th}$ (RL)

1.5.2 4.2 Circuito RC

$$\tau_{RC} = R_{Th} \cdot C$$

$$v_C(t) = v_C(\infty) + [v_C(0^+) - v_C(\infty)] \cdot e^{-t/\tau}$$

- **Carga** (de 0 a V_0): $v_C(t) = V_0 (1 - e^{-t/\tau})$
- **Descarga** (de V_0 a 0): $v_C(t) = V_0 \cdot e^{-t/\tau}$

1.5.3 4.3 Circuito RL

$$\tau_{RL} = \frac{L}{R_{Th}}$$

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0^+) - i_L(\infty)] \cdot e^{-t/\tau}$$

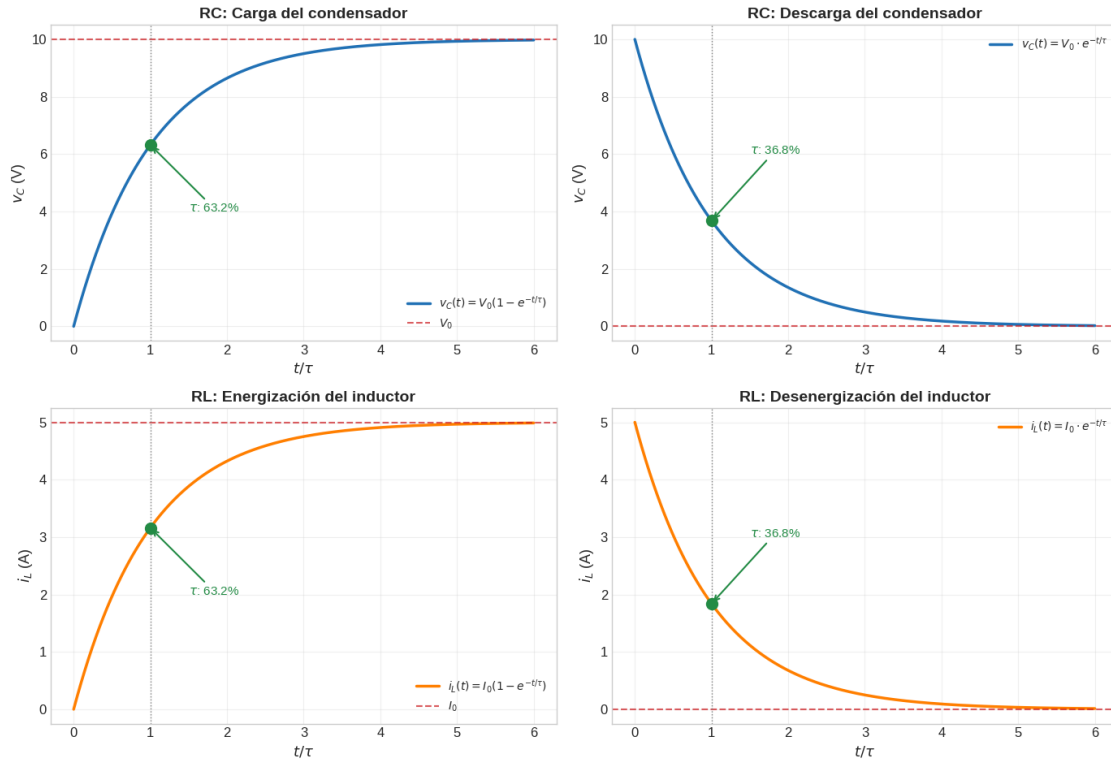
- **Energización** (de 0 a I_0): $i_L(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$
- **Desenergización** (de I_0 a 0): $i_L(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$

1.5.4 4.4 Cálculo de R_{Th}

Para encontrar τ , necesitamos la **resistencia de Thévenin** vista desde los terminales del elemento dinámico:

1. **Apagar** todas las fuentes independientes (tensión $\rightarrow$ cortocircuito, corriente $\rightarrow$ circuito abierto)
2. **Retirar** el condensador o inductor
3. **Calcular** R_{Th} entre los terminales donde estaba el elemento

Transitorios de primer orden: RC y RL



1.6 5. Respuesta natural y respuesta forzada

La respuesta total de un circuito de primer orden se puede descomponer en dos partes:

$$x(t) = x_{\text{natural}}(t) + x_{\text{forzada}}(t)$$

1.6.1 Respuesta natural (homogénea)

Es la solución de la ecuación diferencial **sin fuentes** (homogénea). Representa cómo el circuito libera o absorbe la energía almacenada inicialmente.

$$x_{\text{natural}}(t) = K \cdot e^{-t/\tau}$$

- Siempre es una **exponencial decreciente** (para circuitos estables)
- Tiende a cero cuando $t \rightarrow \infty$
- La constante K se determina con las condiciones iniciales

1.6.2 Respuesta forzada (particular)

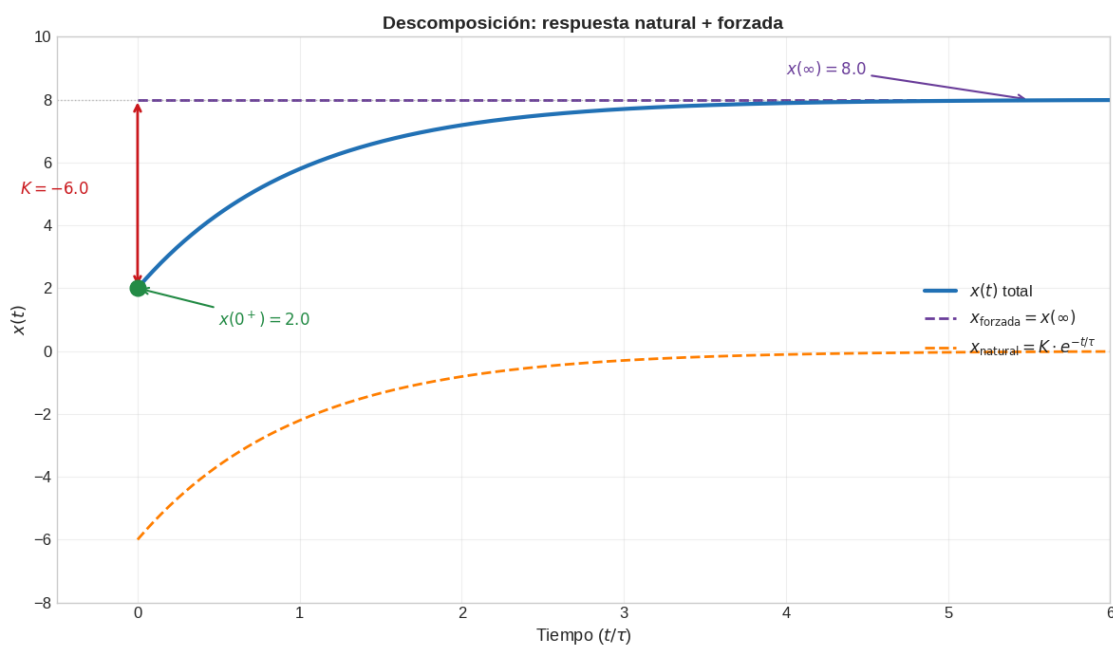
Es la solución **particular** debida a las fuentes externas. En CC, es simplemente el valor de régimen permanente:

$$x_{\text{forzada}}(t) = x(\infty) \quad (\text{constante para fuentes CC})$$

1.6.3 Conexión con la fórmula general

$$x(t) = \underbrace{x(\infty)}_{\text{forzada}} + \underbrace{[x(0^+) - x(\infty)] \cdot e^{-t/\tau}}_{\text{natural}}$$

La constante $K = x(0^+) - x(\infty)$ se ajusta para que en $t = 0^+$ la suma dé exactamente $x(0^+)$.



1.7 6. Ejercicios resueltos

1.7.1 6.1 Ejercicio resuelto: Carga RC desde 0 V

Ejercicio resuelto: Circuito RC — Carga desde condensador descargado Datos: $V_S = 10 \text{ V}$, $R = 5 \text{ k}\Omega$, $C = 2 \mu\text{F}$, $v_C(0^-) = 0 \text{ V}$. En $t = 0$ se cierra el interruptor.

Paso 1: Valor inicial $v_C(0^+)$

Por continuidad: $v_C(0^+) = v_C(0^-) = 0 \text{ V}$

Paso 2: Valor final $v_C(\infty)$

En CC permanente, C es circuito abierto $\rightarrow$ no circula corriente $\rightarrow$ no cae tensión en R :

$$v_C(\infty) = V_S = 10 \text{ V}$$

Paso 3: Constante de tiempo

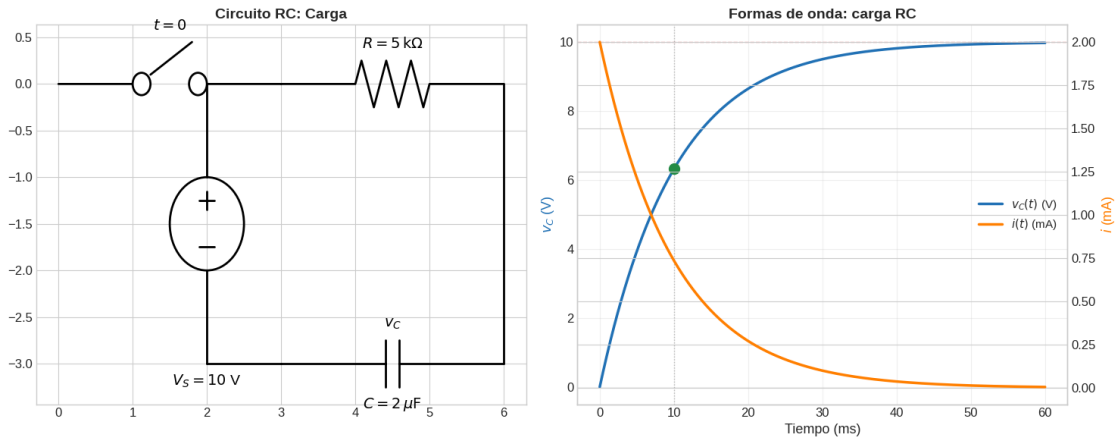
$$\tau = R \cdot C = 5 \text{ k}\Omega \times 2 \text{ }\mu\text{F} = 10 \text{ ms}$$

Resultado:

$$v_C(t) = 10 (1 - e^{-t/10\text{ms}}) \text{ V}$$

La corriente por el circuito:

$$i(t) = C \frac{dv_C}{dt} = \frac{V_S}{R} e^{-t/\tau} = \frac{10}{5\text{k}} \cdot e^{-t/10\text{ms}} = 2 \text{ mA} \cdot e^{-t/10\text{ms}}$$



1.7.2 6.2 Ejercicio resuelto: Descarga RC

Ejercicio resuelto: Circuito RC — Descarga Datos: $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$, $v_C(0^-) = 12 \text{ V}$. En $t = 0$ se cierra el interruptor y el condensador se descarga a través de R (sin fuente).

Paso 1: Valor inicial

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = 12 \text{ V}$$

Paso 2: Valor final

Sin fuente: $v_C(\infty) = 0 \text{ V}$

Paso 3: Constante de tiempo

$$\tau = R \cdot C = 10 \text{ k}\Omega \times 1 \text{ }\mu\text{F} = 10 \text{ ms}$$

Resultado:

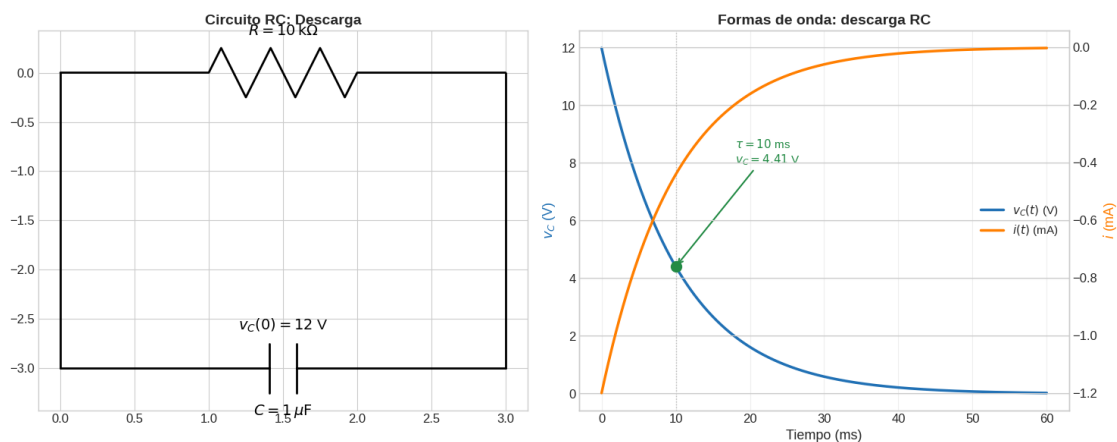
$$v_C(t) = 12 \cdot e^{-t/10\text{ms}} \text{ V}$$

Corriente: (sale del condensador, signo negativo por convención)

$$i(t) = -\frac{v_C(0^+)}{R} \cdot e^{-t/\tau} = -\frac{12}{10\text{k}} \cdot e^{-t/10\text{ms}} = -1.2 \text{ mA} \cdot e^{-t/10\text{ms}}$$

Energía disipada en la resistencia (igual a la energía inicial del condensador):

$$W = \frac{1}{2} C \cdot v_C^2(0) = \frac{1}{2} \times 1 \mu\text{F} \times 12^2 = 72 \mu\text{J}$$



1.7.3 6.3 Ejercicio resuelto: Energización RL

Ejercicio resuelto: Circuito RL — Energización del inductor Datos: $V_S = 24 \text{ V}$, $R = 8 \Omega$, $L = 0.4 \text{ H}$, $i_L(0^-) = 0 \text{ A}$. En $t = 0$ se cierra el interruptor.

Paso 1: Valor inicial

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0 \text{ A}$$

Paso 2: Valor final

En CC permanente, L es cortocircuito:

$$i_L(\infty) = \frac{V_S}{R} = \frac{24}{8} = 3 \text{ A}$$

Paso 3: Constante de tiempo

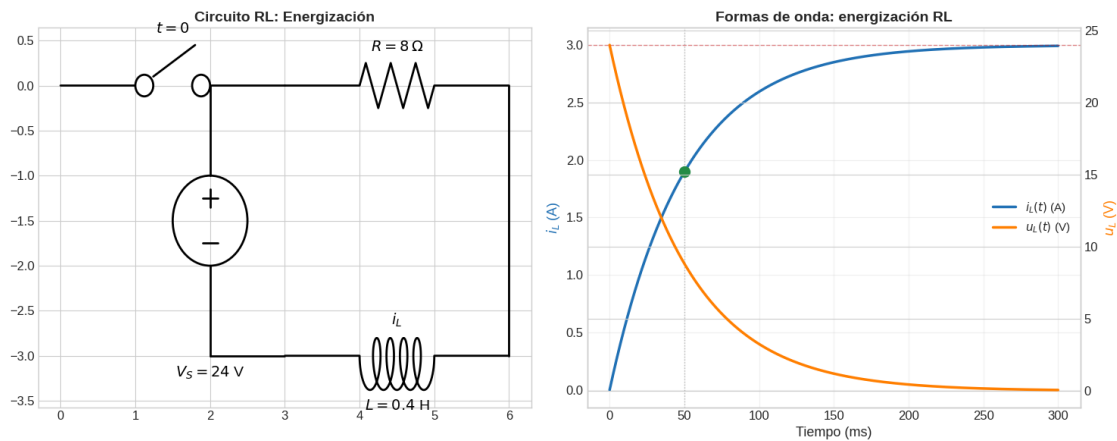
$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.4}{8} = 50 \text{ ms}$$

Resultado:

$$i_L(t) = 3 \left(1 - e^{-t/50\text{ms}}\right) \text{ A}$$

Tensión en el inductor:

$$u_L(t) = L \frac{di_L}{dt} = V_S \cdot e^{-t/\tau} = 24 \cdot e^{-t/50\text{ms}} \text{ V}$$



1.7.4 6.4 Ejercicio resuelto: Desenergización RL

Ejercicio resuelto: Circuito RL — Desenergización Datos: $R = 100 \Omega$, $L = 0.5 \text{ H}$, $i_L(0^-) = 2 \text{ A}$. En $t = 0$ se desconecta la fuente y el inductor se descarga a través de R .

Paso 1: Valor inicial

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2 \text{ A}$$

Paso 2: Valor final

Sin fuente: $i_L(\infty) = 0 \text{ A}$

Paso 3: Constante de tiempo

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.5}{100} = 5 \text{ ms}$$

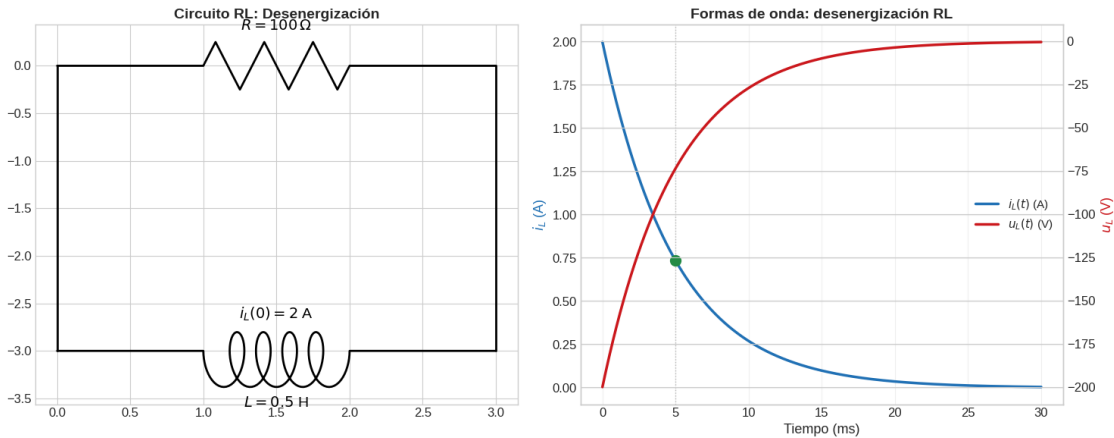
Resultado:

$$i_L(t) = 2 \cdot e^{-t/5\text{ms}} \text{ A}$$

Tensión en el inductor (pico negativo en $t = 0^+$):

$$u_L(t) = L \frac{di_L}{dt} = -\frac{L \cdot i_L(0^+)}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} = -R \cdot i_L(0^+) \cdot e^{-t/\tau} = -200 \cdot e^{-t/5\text{ms}} \text{ V}$$

Nota importante: La tensión en el inductor puede ser muy grande si R es grande (o si se abre el circuito abruptamente). Esto explica las **chispas** al desconectar circuitos inductivos.



1.7.5 6.5 Ejercicio resuelto: Circuito RC con interruptor que cambia de posición

Ejercicio resuelto: RC con cambio de interruptor Datos: $V_1 = 6 \text{ V}$, $V_2 = 15 \text{ V}$, $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 3 \text{ k}\Omega$, $C = 10 \mu\text{F}$. El interruptor estaba en posición 1 desde hace mucho tiempo. En $t = 0$ cambia a posición 2.

Antes de $t = 0$ (régimen permanente con V_1 , R_1 , C):

C abierto $\rightarrow i = 0 \rightarrow$ no cae tensión en R_1 :

$$v_C(0^-) = V_1 = 6 \text{ V}$$

Paso 1: Valor inicial ($t = 0^+$)

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = 6 \text{ V}$$

Paso 2: Valor final (régimen permanente con V_2 , R_2 , C)

C abierto $\rightarrow v_C(\infty) = V_2 = 15 \text{ V}$

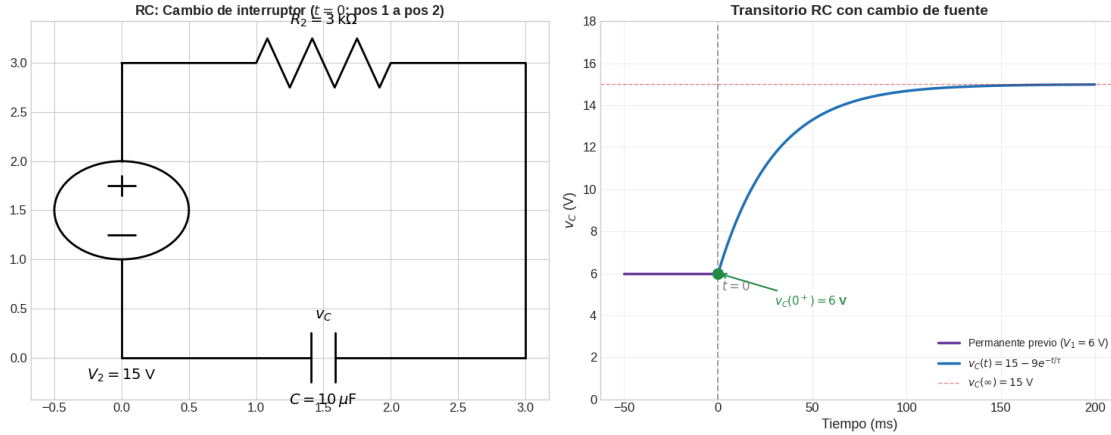
Paso 3: Constante de tiempo (ahora el circuito tiene R_2 y C)

$$\tau = R_2 \cdot C = 3 \text{ k}\Omega \times 10 \text{ }\mu\text{F} = 30 \text{ ms}$$

Resultado:

$$v_C(t) = 15 + (6 - 15) \cdot e^{-t/30\text{ms}} = 15 - 9 \cdot e^{-t/30\text{ms}} \text{ V}$$

Verificación: $v_C(0^+) = 15 - 9 = 6 \text{ V} \checkmark$ y $v_C(\infty) = 15 \text{ V} \checkmark$



1.8 7. Catálogo completo de ejercicios: todos los patrones

Esta sección clasifica todos los tipos de problemas de circuitos de corriente continua que pueden aparecer en exámenes.

#	Tipo	Elementos	Ecuación clave	Dificultad
1	Régimen permanente CC	R, C, L , fuentes	$C \rightarrow$ abierto, $L \rightarrow$ corto	Baja
2	Condiciones iniciales (continuidad)	C o L + interruptor	$v_C(0^+) = v_C(0^-)$, $i_L(0^+) = i_L(0^-)$	Baja
3	Transitorio RC: carga	R, C , fuente CC	$v_C(t) = V_S(1 - e^{-t/\tau})$, $\tau = RC$	Media
4	Transitorio RC: descarga	R, C (sin fuente)	$v_C(t) = V_0 \cdot e^{-t/\tau}$	Media
5	Transitorio RL: energización	R, L , fuente CC	$i_L(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$, $\tau = L/R$	Media

#	Tipo	Elementos	Ecuación clave	Dificultad
6	Transitorio RL: desenergización	R, L (sin fuente)	$i_L(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$	Media
7	Interruptor que cambia posición	R 's, C o L , fuentes	Fórmula general con $x(0^+)$, $x(\infty)$, τ	Alta
8	Cálculo de τ con Thévenin	Circuito complejo + C o L	R_{Th} vista desde C o L	Alta
9	Transitorio multi-etapa	R 's, C o L , 2+ cambios	Resolver cada etapa secuencialmente	Alta
10	Energía en C/L durante transitorio	C o L + R 's	$W_C = \frac{1}{2}Cv^2$, $W_L = \frac{1}{2}Li^2$	Media

1.8.1 7.1 Tipo 1: Régimen permanente CC

Dado un circuito con R, C, L y fuentes CC, calcular tensiones y corrientes en régimen permanente.

$$\boxed{C \rightarrow \text{circuito abierto}} \quad \boxed{L \rightarrow \text{cortocircuito}}$$

Cómo afectan los componentes: - Si hay **más condensadores** $\rightarrow$ más ramas se eliminan $\rightarrow$ circuito más simple - Si hay **más inductores** $\rightarrow$ más cortocircuitos $\rightarrow$ puede anular ramas paralelas - Las **resistencias en serie con C** no afectan (la corriente por esa rama es 0) - Las **resistencias en serie con L** sí importan (corriente circula por el cortocircuito)

Ejercicio resuelto: Régimen permanente CC Datos: $V_S = 20$ V, $R_1 = 4$ k Ω , $R_2 = 6$ k Ω , $C = 5$ μ F, $L = 100$ mH. El condensador está en serie con R_2 , y el inductor está en paralelo con R_2 (y C).

Paso 1: Sustituir: $C \rightarrow$ abierto (eliminar rama R_2 - C), $L \rightarrow$ corto (puentear el paralelo)

Paso 2: Como L cortocircuita R_2 y C , toda la corriente pasa por L :

$$i = \frac{V_S}{R_1} = \frac{20}{4 \text{ k}\Omega} = 5 \text{ mA}$$

Paso 3: Tensiones:

$$v_{R_1} = R_1 \cdot i = 4 \text{ k}\Omega \times 5 \text{ mA} = 20 \text{ V}$$

$$v_L = 0 \text{ V} \quad (\text{cortocircuito}) \implies v_C = v_L = 0 \text{ V}$$

Pero cuidado: v_C en permanente depende del circuito. Aquí $v_C = 0$ V porque L puentea todo.

1.8.2 7.2 Tipo 2: Condiciones iniciales desde continuidad

Dado un circuito donde ocurre un cambio en $t = 0$ (interruptor), calcular todas las magnitudes en $t = 0^+$.

$$\boxed{v_C(0^+) = v_C(0^-)} \quad \boxed{i_L(0^+) = i_L(0^-)}$$

Metodología: 1. Analizar el circuito para $t < 0$ (régimen permanente previo) $\rightarrow$ obtener $v_C(0^-)$ e $i_L(0^-)$ 2. Aplicar continuidad: $v_C(0^+) = v_C(0^-)$, $i_L(0^+) = i_L(0^-)$ 3. Sustituir C por fuente de tensión $v_C(0^+)$ y L por fuente de corriente $i_L(0^+)$ 4. Resolver circuito resultante

Ejercicio resuelto: Condiciones iniciales Datos: $V_S = 12 \text{ V}$, $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$, $C = 4.7 \text{ }\mu\text{F}$. Para $t < 0$, el interruptor está abierto. En $t = 0$, se cierra.

Antes ($t < 0$): Interruptor abierto $\rightarrow$ no circula corriente $\rightarrow v_C = V_S = 12 \text{ V}$ (el condensador se carga a V_S a través de R_1 , sin carga en R_2).

En $t = 0^+$: Continuidad: $v_C(0^+) = 12 \text{ V}$. Se cierra el interruptor $\rightarrow R_2$ queda en paralelo con C :

$$i_{R_2}(0^+) = \frac{v_C(0^+)}{R_2} = \frac{12}{6 \text{ k}\Omega} = 2 \text{ mA}$$

La corriente por R_1 : KVL da $i_{R_1}(0^+) = \frac{V_S - v_C(0^+)}{R_1} = \frac{12 - 12}{3 \text{ k}} = 0 \text{ mA}$

La corriente del condensador: $i_C(0^+) = i_{R_1}(0^+) - i_{R_2}(0^+) = 0 - 2 = -2 \text{ mA}$ (se descarga)

1.8.3 7.3 Tipo 3: Transitorio RC — Carga

Circuito RC serie con fuente CC. Condensador inicialmente descargado.

$$\boxed{v_C(t) = V_S (1 - e^{-t/\tau})} \quad \boxed{\tau = R \cdot C}$$

$$i(t) = \frac{V_S}{R} \cdot e^{-t/\tau}$$

Cómo afectan los componentes: - Si R **aumenta** $\rightarrow \tau$ aumenta $\rightarrow$ carga más lenta $\rightarrow$ corriente inicial menor - Si C **aumenta** $\rightarrow \tau$ aumenta $\rightarrow$ carga más lenta $\rightarrow$ misma corriente inicial pero más duración - Si V_S **aumenta** $\rightarrow$ valor final mayor $\rightarrow$ corriente inicial mayor $\rightarrow$ misma τ

Energía almacenada al final: $W_C = \frac{1}{2} C V_S^2$

Energía total suministrada por la fuente: $W_{\text{fuente}} = C V_S^2$ (el doble: la mitad se disipa en R)

Dato para el examen: En una carga RC, exactamente la **mitad** de la energía se pierde en la resistencia, independientemente del valor de R .

1.8.4 7.4 Tipo 4: Transitorio RC — Descarga

Condensador cargado a V_0 , se descarga a través de R (sin fuente externa).

$$\boxed{v_C(t) = V_0 \cdot e^{-t/\tau}} \quad \boxed{i(t) = -\frac{V_0}{R} \cdot e^{-t/\tau}}$$

Cómo afectan los componentes: - Si R **aumenta** $\rightarrow \tau$ aumenta $\rightarrow$ descarga más lenta $\rightarrow$ corriente inicial menor - Si C **aumenta** $\rightarrow \tau$ aumenta $\rightarrow$ descarga más lenta $\rightarrow$ más energía almacenada - Si V_0 **aumenta** $\rightarrow$ corriente inicial mayor $\rightarrow$ misma τ $\rightarrow$ más energía inicial

Toda la energía del condensador se disipa en R : $W_R = \frac{1}{2}CV_0^2$

1.8.5 7.5 Tipo 5: Transitorio RL — Energización

Circuito RL serie con fuente CC. Inductor sin corriente inicial.

$$\boxed{i_L(t) = \frac{V_S}{R} (1 - e^{-t/\tau})} \quad \boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

$$u_L(t) = V_S \cdot e^{-t/\tau}$$

Cómo afectan los componentes: - Si R **aumenta** $\rightarrow \tau$ disminuye $\rightarrow$ respuesta más rápida $\rightarrow$ corriente final menor - Si L **aumenta** $\rightarrow \tau$ aumenta $\rightarrow$ respuesta más lenta $\rightarrow$ misma corriente final - Si V_S **aumenta** $\rightarrow$ corriente final mayor $\rightarrow$ tensión inicial en L mayor $\rightarrow$ misma τ

Energía almacenada en el inductor al final: $W_L = \frac{1}{2}L \cdot I_0^2 = \frac{1}{2}L \left(\frac{V_S}{R}\right)^2$

1.8.6 7.6 Tipo 6: Transitorio RL — Desenergización

Inductor con corriente I_0 , se desconecta la fuente y se descarga a través de R .

$$\boxed{i_L(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau}} \quad \boxed{u_L(t) = -R \cdot I_0 \cdot e^{-t/\tau}}$$

Cómo afectan los componentes: - Si R **aumenta** $\rightarrow \tau$ disminuye $\rightarrow$ descarga más rápida $\rightarrow$ **pico de tensión mayor** ($u_L(0^+) = -R \cdot I_0$) - Si L **aumenta** $\rightarrow \tau$ aumenta $\rightarrow$ descarga más lenta $\rightarrow$ más energía almacenada - Si I_0 **aumenta** $\rightarrow$ pico de tensión mayor $\rightarrow$ misma τ $\rightarrow$ más energía

Peligro real: Si se abre el circuito de un inductor ($R \rightarrow \infty$), la tensión tiende a infinito. En la práctica, se produce un **arco eléctrico**. Por eso se usan diodos de libre circulación.

1.8.7 7.7 Tipo 7: Interruptor que cambia de posición

El interruptor pasa de un circuito a otro en $t = 0$. Se necesitan dos análisis de régimen permanente.

$$\boxed{x(t) = x(\infty) + [x(0^+) - x(\infty)] \cdot e^{-t/\tau}}$$

Metodología completa: 1. **Circuito para $t < 0$** (posición 1): resolver en permanente CC $\rightarrow$ obtener $v_C(0^-)$ o $i_L(0^-)$ 2. **Continuidad:** $v_C(0^+) = v_C(0^-)$ o $i_L(0^+) = i_L(0^-)$ 3. **Circuito para $t \rightarrow \infty$** (posición 2): resolver en permanente CC $\rightarrow$ obtener $x(\infty)$ 4. **τ del nuevo circuito** (posición 2): calcular R_{Th} vista desde C o L 5. Aplicar fórmula general

Ejercicio resuelto: Interruptor cambia de posición (RL) Datos: $V_S = 30$ V, $R_1 = 10$ Ω , $R_2 = 5$ Ω , $L = 0.2$ H. En posición 1: V_S - R_1 - L . En posición 2: L - R_2 (sin fuente).

Antes ($t < 0$): Permanente con V_S y R_1 : $i_L(0^-) = V_S/R_1 = 30/10 = 3$ A

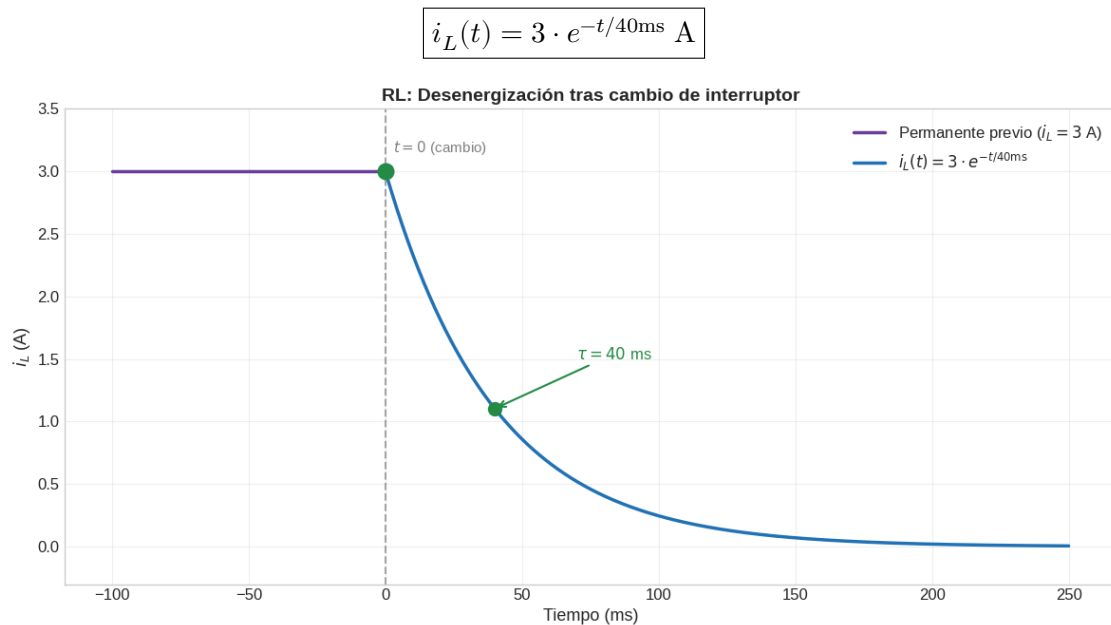
Continuidad: $i_L(0^+) = 3$ A

Valor final: Sin fuente, $i_L(\infty) = 0$ A

Constante de tiempo (nuevo circuito: R_2 y L):

$$\tau = \frac{L}{R_2} = \frac{0.2}{5} = 40 \text{ ms}$$

Resultado:



1.8.8 7.8 Tipo 8: Cálculo de τ con Thévenin

Cuando el circuito tiene varias resistencias, la constante de tiempo requiere calcular la **resistencia de Thévenin** vista desde los terminales del elemento dinámico.

$$\tau_{RC} = R_{Th} \cdot C$$

$$\tau_{RL} = \frac{L}{R_{Th}}$$

Metodología para encontrar R_{Th} : 1. **Apagar** todas las fuentes independientes: fuentes de tensión $\rightarrow$ cortocircuito, fuentes de corriente $\rightarrow$ circuito abierto 2. **Retirar** el condensador o inductor 3. **Calcular** R_{Th} entre los terminales (serie-paralelo, o método de la fuente de prueba)

Ejercicio resuelto: Cálculo de τ con Thévenin Datos: $V_S = 20\text{ V}$, $R_1 = 4\text{ k}\Omega$, $R_2 = 12\text{ k}\Omega$, $R_3 = 6\text{ k}\Omega$, $C = 0.5\text{ }\mu\text{F}$. El condensador C está entre los nodos A y B. R_1 va de V_S al nodo A, R_2 va del nodo A a masa, R_3 va del nodo A al nodo B, y B está a masa.

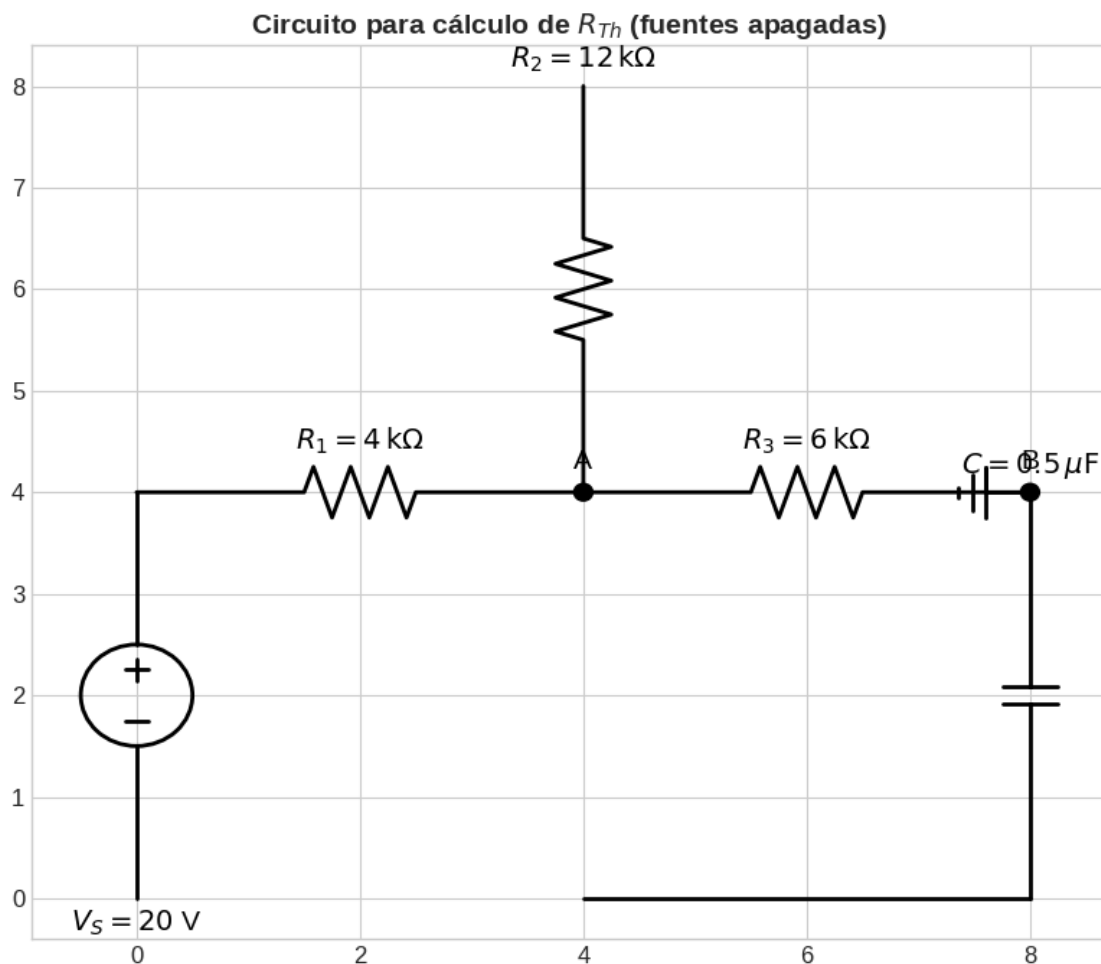
Paso 1: Apagar V_S (cortocircuito):

R_1 queda de A a masa. Desde los terminales de C (entre nodo A- R_3 y masa):

$$R_{Th} = R_3 + (R_1 \parallel R_2) = 6 + \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 6 + 3 = 9\text{ k}\Omega$$

Paso 2: Constante de tiempo:

$$\tau = R_{Th} \cdot C = 9\text{ k}\Omega \times 0.5\text{ }\mu\text{F} = 4.5\text{ ms}$$



1.8.9 7.9 Tipo 9: Transitorio multi-etapa

El circuito sufre **dos o más cambios** en instantes distintos ($t_1, t_2, \dots$). Cada etapa se resuelve por separado, usando el valor final de la etapa anterior como condición inicial de la siguiente.

Metodología: 1. **Etapa 1** ($0 < t < t_1$): resolver normalmente con $x(0^+)$, $x_1(\infty)$, τ_1 2. Calcular $x(t_1^-)$ sustituyendo $t = t_1$ en la solución de la etapa 1 3. **Continuidad:** $x(t_1^+) = x(t_1^-)$ 4. **Etapa 2** ($t > t_1$): resolver con $x(t_1^+)$, $x_2(\infty)$, τ_2 (del nuevo circuito)

Ejercicio resuelto: RC con dos etapas Datos: $V_S = 10$ V, $R = 2$ k Ω , $C = 5$ μ F, $v_C(0^-) = 0$ V. - En $t = 0$: se cierra interruptor $\rightarrow$ carga del condensador - En $t = 20$ ms: se abre el interruptor Y se conecta otra resistencia $R_2 = 3$ k Ω (descarga)

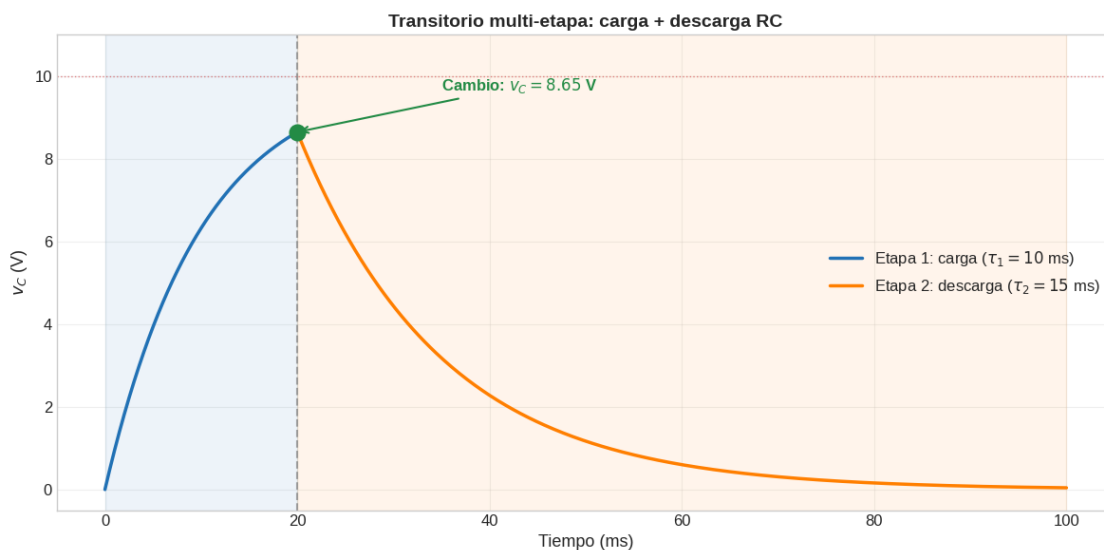
Etapa 1 ($0 < t < 20$ ms): Carga RC con $\tau_1 = RC = 10$ ms

$$v_C(t) = 10(1 - e^{-t/10\text{ms}})$$

En $t = 20$ ms: $v_C(20 \text{ ms}) = 10(1 - e^{-2}) = 10 \times 0.8647 = 8.65$ V

Etapa 2 ($t > 20$ ms): Descarga a través de R_2 con $\tau_2 = R_2 \cdot C = 15$ ms

$$v_C(t) = 8.65 \cdot e^{-(t-20\text{ms})/15\text{ms}} \text{ V} \quad (t > 20 \text{ ms})$$



1.8.10 7.10 Tipo 10: Energía en C/L durante el transitorio

Calcular la energía almacenada y/o disipada durante un proceso transitorio.

Fórmulas de energía almacenada:

$$W_C(t) = \frac{1}{2}C \cdot v_C^2(t)$$

$$W_L(t) = \frac{1}{2}L \cdot i_L^2(t)$$

Energía disipada en la resistencia (balance energético):

$$W_R = W_{\text{fuente}} - \Delta W_{\text{almacenada}}$$

Casos típicos: - **Carga RC desde 0:** $W_R = \frac{1}{2}CV_S^2$ (igual a la energía almacenada) - **Descarga RC:** $W_R = \frac{1}{2}CV_0^2$ (toda la energía se disipa) - **Energización RL:** $W_R = \frac{1}{2}LI_0^2$ al cabo de $t \rightarrow \infty$ - **Desenergización RL:** $W_R = \frac{1}{2}LI_0^2$

Ejercicio resuelto: Energía durante carga RC Datos: $V_S = 10 \text{ V}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 100 \text{ }\mu\text{F}$, $v_C(0) = 0 \text{ V}$

Energía almacenada en el condensador al final:

$$W_C = \frac{1}{2}CV_S^2 = \frac{1}{2} \times 100 \text{ }\mu\text{F} \times 10^2 = 5 \text{ mJ}$$

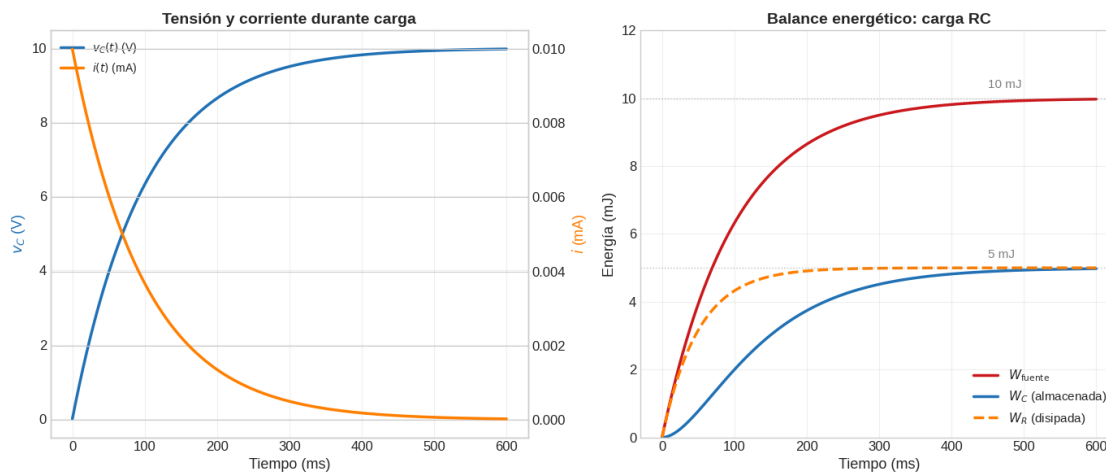
Energía total suministrada por la fuente:

$$W_{\text{fuente}} = C \cdot V_S^2 = 100 \text{ }\mu\text{F} \times 100 = 10 \text{ mJ}$$

Energía disipada en R :

$$W_R = W_{\text{fuente}} - W_C = 10 - 5 = 5 \text{ mJ}$$

Conclusión: Se disipa exactamente la **mitad** de la energía, independientemente del valor de R .



1.8.11 Tabla resumen del catálogo

Tipo	Fórmula principal	Qué se calcula
1. Permanente CC	$C \rightarrow$ abierto, $L \rightarrow$ corto	Tensiones y corrientes en estado estacionario
2. Condiciones iniciales	$v_C(0^+) = v_C(0^-), i_L(0^+) = i_L(0^-)$	Variables en $t = 0^+$
3. Carga RC	$v_C(t) = V_S(1 - e^{-t/RC})$	Tensión del condensador en carga
4. Descarga RC	$v_C(t) = V_0 \cdot e^{-t/RC}$	Tensión del condensador en descarga
5. Energización RL	$i_L(t) = \frac{V_S}{R}(1 - e^{-tR/L})$	Corriente del inductor en carga
6. Desenergización RL	$i_L(t) = I_0 \cdot e^{-tR/L}$	Corriente del inductor en descarga
7. Cambio de interruptor	$x(\infty) + [x(0^+) - x(\infty)]e^{-t/\tau}$	Cualquier variable tras cambio
8. τ con Thévenin	$\tau = R_{Th} \cdot C$ o L/R_{Th}	Constante de tiempo en circuitos complejos
9. Multi-etapa	Resolver etapa por etapa	Transitorios con varios cambios
10. Energía	$W_C = \frac{1}{2}Cv^2, W_L = \frac{1}{2}Li^2$	Balance energético

1.9 8. Resumen y tabla de fórmulas clave

Fórmula clave	Uso
$C \rightarrow$ circuito abierto, $L \rightarrow$ cortocircuito	Régimen permanente CC: eliminar derivadas
$v_C(0^+) = v_C(0^-)$	Continuidad de tensión en condensador
$i_L(0^+) = i_L(0^-)$	Continuidad de corriente en inductor
$x(t) = x(\infty) + [x(0^+) - x(\infty)] \cdot e^{-t/\tau}$	Fórmula general de transitorio 1er orden
$\tau_{RC} = R_{Th} \cdot C$	Constante de tiempo del circuito RC
$\tau_{RL} = L/R_{Th}$	Constante de tiempo del circuito RL
$v_C(t) = V_S(1 - e^{-t/\tau})$	Carga RC desde 0 V
$v_C(t) = V_0 \cdot e^{-t/\tau}$	Descarga RC

Fórmula clave	Uso
$i_L(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$	Energización RL desde 0 A
$i_L(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$	Desenergización RL
$W_C = \frac{1}{2} C v_C^2$	Energía almacenada en condensador
$W_L = \frac{1}{2} L i_L^2$	Energía almacenada en inductor
$x(t) = x_{\text{natural}} + x_{\text{forzada}}$	Descomposición de la respuesta
5τ	Tiempo para alcanzar 99.3% del valor final

1.9.1 Pasos para resolver cualquier transitorio de 1er orden

1. **Encontrar** $x(0^+)$: condición inicial (continuidad + resolver circuito en $t = 0^+$)
2. **Encontrar** $x(\infty)$: régimen permanente CC (C abierto, L corto)
3. **Encontrar** τ : $R_{Th} \cdot C$ o L/R_{Th} (apagar fuentes, retirar elemento dinámico)
4. **Escribir la solución**: $x(t) = x(\infty) + [x(0^+) - x(\infty)] \cdot e^{-t/\tau}$