

08_potencia_y_trifasicos

April 3, 2026

1 Temas 8 y 9 — Potencia en CA y Circuitos Trifásicos

Teoría de Circuitos — ETSI, Universidad de Sevilla

1.1 Objetivos de aprendizaje

- Comprender la potencia instantánea, activa, reactiva y aparente en circuitos de corriente alterna
 - Dominar el concepto de potencia compleja y el triángulo de potencias
 - Aplicar la corrección del factor de potencia mediante condensadores
 - Conocer el funcionamiento del transformador ideal y la reflexión de impedancias
 - Analizar sistemas trifásicos equilibrados en conexión estrella (Y) y triángulo (Δ)
 - Calcular potencias trifásicas y resolver circuitos mediante el equivalente monofásico
-

1.2 1. Introducción: ¿qué es la potencia en CA?

En corriente continua la potencia es simplemente $P = V \cdot I$. En **corriente alterna**, tensión y corriente son funciones senoidales que pueden estar **desfasadas** un ángulo φ . Esto hace que la potencia varíe con el tiempo y aparezcan conceptos nuevos: potencia **activa**, **reactiva** y **aparente**.

La idea clave es que la potencia instantánea $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ tiene una **componente media constante** (que realiza trabajo útil) y una **componente oscilante** al doble de frecuencia (que intercambia energía con los elementos reactivos, L y C).

1.3 2. Potencia instantánea

Sean

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u), \quad i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i)$$

donde U e I son valores eficaces y $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ es el desfase de la tensión respecto a la corriente.

La potencia instantánea es:

$$p(t) = UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$$

- **Primer término** $UI \cos \varphi$: valor medio constante $\rightarrow$ **potencia activa** P .
- **Segundo término**: oscilación a frecuencia $2\omega \rightarrow$ intercambio de energía con L y C .

Cuando $\varphi = 0$ (carga resistiva pura), $p(t) \geq 0$ siempre: toda la energía se disipa. Cuando $\varphi \neq 0$, aparecen intervalos donde $p(t) < 0$: la carga **devuelve** energía a la fuente.

1.4 3. Potencia activa, reactiva, aparente y compleja

1.4.1 3.1 Potencia activa P

$$P = UI \cos \varphi \quad [\text{W}]$$

- Es el **valor medio** de $p(t)$.
- Representa la energía que se **transforma** en trabajo útil o calor.
- $\cos \varphi$ se denomina **factor de potencia** (fdp).

1.4.2 3.2 Potencia reactiva Q

$$Q = UI \sin \varphi \quad [\text{VAr}]$$

- Mide la energía que **oscila** entre fuente y carga sin realizar trabajo.
- $Q > 0$: carga **inductiva** (absorbe reactiva).
- $Q < 0$: carga **capacitiva** (genera reactiva).

1.4.3 3.3 Potencia aparente S

$$S = UI \quad [\text{VA}]$$

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

- Es el producto de los valores eficaces. Dimensiona conductores y transformadores.

1.4.4 3.4 Potencia compleja $\mathbf{S}$

$$\mathbf{S} = P + jQ = \mathbf{V} \cdot \mathbf{I}^*$$

donde $\mathbf{I}^*$ es el **conjugado** del fasor corriente. Se cumple $|\mathbf{S}| = S$.

Magnitud	Símbolo	Unidad	Fórmula
Potencia activa	P	W	$UI \cos \varphi$
Potencia reactiva	Q	VAr	$UI \sin \varphi$
Potencia aparente	S	VA	UI
Potencia compleja	$\mathbf{S}$	VA	$P + jQ = \mathbf{V} \mathbf{I}^*$

1.5 4. Triángulo de potencias

El triángulo de potencias es la representación geométrica de $\mathbf{S} = P + jQ$:

- **Cateto horizontal:** P (potencia activa)
 - **Cateto vertical:** Q (potencia reactiva)
 - **Hipotenusa:** S (potencia aparente)
 - **Ángulo:** $\varphi = \arctan(Q/P)$
-

1.6 5. Potencia en R, L y C

Elemento	P	Q	Interpretación
Resistencia R	RI^2	0	Solo consume activa (disipa calor)
Inductancia L	0	$\omega LI^2 > 0$	Absorbe reactiva (almacena en campo magnético)
Condensador C	0	$-\frac{I^2}{\omega C} < 0$	Genera reactiva (almacena en campo eléctrico)

Regla mnemotécnica: - Las bobinas son “consumidoras” de reactiva ($Q_L > 0$). - Los condensadores son “productores” de reactiva ($Q_C < 0$). - Las resistencias solo ven potencia activa.

1.7 6. Máxima transferencia de potencia en CA

Para un circuito con impedancia de Thévenin $\mathbf{Z}_{Th} = R_{Th} + jX_{Th}$, la máxima potencia se transfiere a la carga cuando:

$$\boxed{\mathbf{Z}_L = \mathbf{Z}_{Th}^* = R_{Th} - jX_{Th}}$$

Es decir, la impedancia de carga debe ser el **conjugado** de la impedancia de Thévenin. La potencia máxima entregada es:

$$\boxed{P_{\max} = \frac{|\mathbf{V}_{Th}|^2}{8 R_{Th}}}$$

Nota: si la carga es puramente resistiva ($X_L = 0$), la condición se convierte en $R_L = |\mathbf{Z}_{Th}|$.

1.8 7. Corrección del factor de potencia

La mayoría de cargas industriales son **inductivas** ($\cos \varphi$ bajo, $Q > 0$). Para mejorar el factor de potencia se añade un **condensador en paralelo** que genera reactiva y compensa la de la bobina.

Procedimiento:

1. Calcular la potencia reactiva inicial: $Q_1 = P \tan \varphi_1$
2. Calcular la potencia reactiva deseada: $Q_2 = P \tan \varphi_2$
3. El condensador debe aportar: $Q_C = Q_1 - Q_2$
4. Valor del condensador:

$$C = \frac{Q_C}{\omega V^2} = \frac{P(\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)}{\omega V^2}$$

Ventajas de corregir el fdp: - Menor corriente por la línea $\rightarrow$ menores pérdidas $R \cdot I^2$ - Menor caída de tensión - Evitar penalizaciones de la compañía eléctrica

1.9 8. Transformador ideal

El transformador ideal se caracteriza por su **relación de transformación** $a = N_1/N_2$:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = a, \quad I_1 \cdot N_1 = I_2 \cdot N_2$$

1.9.1 Reflexión de impedancias

Una impedancia Z_2 conectada en el secundario se “ve” desde el primario como:

$$Z'_1 = a^2 \cdot Z_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2$$

1.9.2 Potencia

El transformador ideal **no disipa potencia**: $S_1 = S_2$.

Magnitud	Relación
Tensiones	$V_1 = a \cdot V_2$
Corrientes	$I_1 = I_2/a$
Impedancias	$Z'_1 = a^2 \cdot Z_2$
Potencia	$S_1 = S_2$

1.10 9. Sistemas trifásicos: generalidades

Un sistema trifásico equilibrado consta de **tres fuentes senoidales** de igual amplitud, desfasadas 120° entre sí. En **secuencia directa** (la más habitual):

$$\mathbf{V}_a = V_f \angle 0^\circ, \quad \mathbf{V}_b = V_f \angle -120^\circ, \quad \mathbf{V}_c = V_f \angle +120^\circ$$

donde V_f es el valor eficaz de la tensión de fase.

Propiedad fundamental: la suma de las tres tensiones (y corrientes) es siempre cero:

$$\mathbf{V}_a + \mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c = 0$$

1.11 10. Conexión estrella (Y)

En conexión **estrella**, las tres fuentes (o cargas) comparten un punto neutro N . Se definen:

- **Tensión de fase** V_f : tensión entre cada terminal y el neutro.
- **Tensión de línea** V_L : tensión entre dos terminales.

$$V_L = \sqrt{3} V_f, \quad \mathbf{V}_{AB} = \sqrt{3} \mathbf{V}_{AN} e^{j30^\circ}$$

$$I_L = I_f$$

La tensión de línea es $\sqrt{3}$ veces la de fase y está **adelantada** 30° .

1.12 11. Conexión triángulo (Δ)

En conexión **triángulo**, no hay neutro; las cargas se conectan entre líneas.

$$V_L = V_f$$

$$I_L = \sqrt{3} I_f, \quad \mathbf{I}_L = \sqrt{3} \mathbf{I}_f e^{-j30^\circ}$$

La corriente de línea es $\sqrt{3}$ veces la de fase y está **retrasada** 30° .

1.12.1 Comparación Y vs Δ

Magnitud	Estrella (Y)	Triángulo (Δ)
V_L vs V_f	$V_L = \sqrt{3} V_f$	$V_L = V_f$
I_L vs I_f	$I_L = I_f$	$I_L = \sqrt{3} I_f$
Neutro	Sí (opcional)	No
$\mathbf{Z}_f$ (Y $\rightarrow$ Δ)	$\mathbf{Z}_\Delta = 3 \mathbf{Z}_Y$	$\mathbf{Z}_Y = \mathbf{Z}_\Delta / 3$

1.13 12. Circuito monofásico equivalente

Para un sistema trifásico **equilibrado**, basta resolver **una sola fase** y multiplicar por 3 para obtener la potencia total:

$$P_{1\varphi} = V_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi, \quad P_{3\varphi} = 3 P_{1\varphi}$$

Procedimiento:

1. Convertir cargas en Δ a su equivalente Y: $\mathbf{Z}_Y = \mathbf{Z}_\Delta/3$
2. Dibujar el circuito monofásico (una fase + neutro)
3. Resolver por ley de Ohm: $\mathbf{I}_f = \mathbf{V}_f/\mathbf{Z}_{total}$
4. Calcular potencias de una fase y multiplicar por 3

Error frecuente: usar V_L donde debería ir V_f . Recordar siempre: en el monofásico equivalente se trabaja con tensiones **de fase**.

1.14 13. Potencia trifásica

En un sistema trifásico equilibrado, las fórmulas de potencia en función de magnitudes de **línea** son:

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi$$

$$Q = \sqrt{3} V_L I_L \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{3} V_L I_L$$

donde φ es el ángulo de la **impedancia de fase**, no el ángulo entre tensión e intensidad de línea.

Fórmula	Con magnitudes de fase	Con magnitudes de línea
P	$3 V_f I_f \cos \varphi$	$\sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi$
Q	$3 V_f I_f \sin \varphi$	$\sqrt{3} V_L I_L \sin \varphi$
S	$3 V_f I_f$	$\sqrt{3} V_L I_L$

1.15 14. Metodología de resolución

1.15.1 Problemas de potencia en CA (monofásico)

Paso 1: Identificar $\mathbf{V}$ e $\mathbf{I}$ (fasores) o bien V , I y φ .

Paso 2: Calcular la potencia compleja: $\mathbf{S} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{I}^*$.

Paso 3: Extraer $P = \text{Re}(\mathbf{S})$, $Q = \text{Im}(\mathbf{S})$, $S = |\mathbf{S}|$.

Paso 4: Factor de potencia: $\text{fdp} = \cos \varphi = P/S$.

1.15.2 Problemas de corrección del factor de potencia

Paso 1: Calcular $Q_1 = P \tan \varphi_1$ con el fdp original.

Paso 2: Calcular $Q_2 = P \tan \varphi_2$ con el fdp deseado.

Paso 3: $Q_C = Q_1 - Q_2$, luego $C = Q_C/(\omega V^2)$.

1.15.3 Problemas trifásicos equilibrados

Paso 1: Identificar conexión de la fuente (Y o Δ) y de la carga (Y o Δ).

Paso 2: Convertir todo a Y si es necesario: $\mathbf{Z}_Y = \mathbf{Z}_\Delta/3$.

Paso 3: Dibujar el circuito monofásico equivalente.

Paso 4: Resolver: $\mathbf{I}_f = \mathbf{V}_f/\mathbf{Z}_{total}$.

Paso 5: Calcular potencias: $P_{3\varphi} = 3 V_f I_f \cos \varphi = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi$.

1.16 15. Ejemplos resueltos

Ejercicio resuelto 1: Cálculo de P, Q, S a partir de fasores Datos: $\mathbf{V} = 230\angle 0^\circ \text{ V}$, $\mathbf{I} = 10\angle -36.87^\circ \text{ A}$.

Paso 1: Calcular $\mathbf{S} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{I}^*$

$$\mathbf{I}^* = 10\angle +36.87^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{S} = 230\angle 0^\circ \times 10\angle 36.87^\circ = 2300\angle 36.87^\circ \text{ VA}$$

Paso 2: Extraer componentes

$$P = S \cos \varphi = 2300 \times \cos(36.87^\circ) = 2300 \times 0.8 = 1840 \text{ W}$$

$$Q = S \sin \varphi = 2300 \times \sin(36.87^\circ) = 2300 \times 0.6 = 1380 \text{ VAR}$$

Paso 3: Resultados

$P = 1840 \text{ W}, \quad Q = 1380 \text{ VAR}, \quad S = 2300 \text{ VA}, \quad \cos \varphi = 0.8 \text{ (inductivo)}$

$Q > 0 \rightarrow$ carga inductiva. El factor de potencia es 0.8 inductivo.

Ejercicio resuelto 2: Corrección del factor de potencia Datos: Carga de $P = 5$ kW, $\cos \varphi_1 = 0.6$ inductivo, $V = 230$ V, $f = 50$ Hz. Se desea corregir a $\cos \varphi_2 = 0.95$ inductivo.

Paso 1: Ángulos

$$\varphi_1 = \arccos(0.6) = 53.13^\circ, \quad \varphi_2 = \arccos(0.95) = 18.19^\circ$$

Paso 2: Potencias reactivas

$$Q_1 = P \tan \varphi_1 = 5000 \times \tan(53.13^\circ) = 5000 \times 1.333 = 6667 \text{ VAr}$$

$$Q_2 = P \tan \varphi_2 = 5000 \times \tan(18.19^\circ) = 5000 \times 0.3287 = 1644 \text{ VAr}$$

Paso 3: Reactiva del condensador

$$Q_C = Q_1 - Q_2 = 6667 - 1644 = 5023 \text{ VAr}$$

Paso 4: Capacidad

$$C = \frac{Q_C}{\omega V^2} = \frac{5023}{2\pi \times 50 \times 230^2} = \frac{5023}{16\,619\,025} = 302.3 \mu\text{F}$$

$$\boxed{C \approx 302 \mu\text{F}}$$

Ejercicio resuelto 3: Transformador ideal Datos: Transformador con $N_1/N_2 = 10$, tensión primaria $V_1 = 2300$ V, carga en secundario $\mathbf{Z}_2 = 3 + j4 \Omega$.

Paso 1: Tensión en el secundario

$$V_2 = \frac{V_1}{a} = \frac{2300}{10} = 230 \text{ V}$$

Paso 2: Corriente en el secundario

$$I_2 = \frac{V_2}{|\mathbf{Z}_2|} = \frac{230}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{230}{5} = 46 \text{ A}$$

Paso 3: Corriente en el primario

$$I_1 = \frac{I_2}{a} = \frac{46}{10} = 4.6 \text{ A}$$

Paso 4: Impedancia vista desde el primario

$$\mathbf{Z}'_1 = a^2 \cdot \mathbf{Z}_2 = 100 \times (3 + j4) = 300 + j400 \Omega$$

Paso 5: Potencia

$$S = V_1 \cdot I_1 = 2300 \times 4.6 = 10\,580 \text{ VA}$$

$$\varphi = \arctan(4/3) = 53.13^\circ, \quad \cos \varphi = 0.6$$

$$P = S \cos \varphi = 6348 \text{ W}, \quad Q = S \sin \varphi = 8464 \text{ VAr}$$

Ejercicio resuelto 4: Sistema Y-Y equilibrado Datos: Fuente trifásica equilibrada $V_L = 400 \text{ V}$ (línea), carga en estrella $\mathbf{Z}_Y = 10 + j8 \, \Omega$ por fase, secuencia directa.

Paso 1: Tensión de fase

$$V_f = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230.9 \text{ V}$$

Paso 2: Corriente de fase (= corriente de línea en Y)

$$I_f = \frac{V_f}{|\mathbf{Z}_Y|} = \frac{230.9}{\sqrt{10^2 + 8^2}} = \frac{230.9}{12.81} = 18.03 \text{ A}$$

Paso 3: Ángulo de la impedancia

$$\varphi = \arctan\left(\frac{8}{10}\right) = 38.66^\circ, \quad \cos \varphi = 0.781$$

Paso 4: Potencias trifásicas

$$P = \sqrt{3} \times 400 \times 18.03 \times \cos(38.66^\circ) = \sqrt{3} \times 400 \times 18.03 \times 0.781 = 9756 \text{ W}$$

$$Q = \sqrt{3} \times 400 \times 18.03 \times \sin(38.66^\circ) = \sqrt{3} \times 400 \times 18.03 \times 0.625 = 7805 \text{ VAr}$$

$$S = \sqrt{3} \times 400 \times 18.03 = 12\,492 \text{ VA}$$

$$I_L = 18.03 \text{ A}, \quad P = 9756 \text{ W}, \quad Q = 7805 \text{ VAr}, \quad S = 12\,492 \text{ VA}$$

Ejercicio resuelto 5: Sistema Y- Δ equilibrado **Datos:** Fuente trifásica equilibrada $V_L = 400$ V, carga en triángulo $\mathbf{Z}_\Delta = 30 + j40 \, \Omega$.

Paso 1: Convertir carga a estrella equivalente

$$\mathbf{Z}_Y = \frac{\mathbf{Z}_\Delta}{3} = \frac{30 + j40}{3} = 10 + j13.33 \, \Omega$$

Paso 2: Tensión de fase de la fuente

$$V_f = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230.9 \, \text{V}$$

Paso 3: Corriente de línea

$$I_L = \frac{V_f}{|\mathbf{Z}_Y|} = \frac{230.9}{\sqrt{10^2 + 13.33^2}} = \frac{230.9}{16.67} = 13.85 \, \text{A}$$

Paso 4: Corriente de fase en la carga (en Δ)

$$I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{13.85}{\sqrt{3}} = 8.0 \, \text{A}$$

Paso 5: Ángulo y potencias

$$\varphi = \arctan\left(\frac{40}{30}\right) = 53.13^\circ, \quad \cos \varphi = 0.6$$

$$P = \sqrt{3} \times 400 \times 13.85 \times 0.6 = 5756 \, \text{W}$$

$$Q = \sqrt{3} \times 400 \times 13.85 \times 0.8 = 7675 \, \text{VAr}$$

$$S = \sqrt{3} \times 400 \times 13.85 = 9594 \, \text{VA}$$

$I_L = 13.85 \, \text{A}, \quad I_f = 8.0 \, \text{A}, \quad P = 5756 \, \text{W}, \quad Q = 7675 \, \text{VAr}$
--

#	Tipo	Ecuación clave	Dificultad
---	------	----------------	------------

1.17 16. Catálogo completo de ejercicios: todos los patrones

#	Tipo	Ecuación clave	Dificultad
1	Cálculo de P , Q , S desde fasores	$\mathbf{S} = \mathbf{V}\mathbf{I}^*$	Baja
2	Triángulo de potencias	$S^2 = P^2 + Q^2$	Baja
3	Corrección del fdp	$C = Q_C/(\omega V^2)$	Media
4	Máxima transferencia en CA	$\mathbf{Z}_L = \mathbf{Z}_{Th}^*$	Media
5	Transformador: relación de tensiones y corrientes	$V_1/V_2 = a, I_1 a = I_2$	Baja
6	Reflexión de impedancias	$\mathbf{Z}' = a^2 \mathbf{Z}$	Media
7	Sistema Y-Y equilibrado	$I_L = V_f/Z_Y$	Media
8	Sistema Y- Δ equilibrado	$\mathbf{Z}_Y = \mathbf{Z}_\Delta/3$	Media
9	Sistema Δ - Δ equilibrado	$I_f = V_L/Z_\Delta$	Media
10	Conversión Y $\leftrightarrow \Delta$	$\mathbf{Z}_\Delta = 3\mathbf{Z}_Y$	Baja
11	Potencia trifásica total	$P = \sqrt{3}V_L I_L \cos \varphi$	Baja
12	Equivalente monofásico	Resolver 1 fase, $\times 3$	Media

1.17.1 16.1 Tipo 1: Cálculo de P , Q , S desde fasores

$$\boxed{\mathbf{S} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{I}^* = P + jQ}$$

Procedimiento: 1. Conjugar el fasor corriente: $\mathbf{I}^* = I\angle -\varphi_i$ 2. Multiplicar: $\mathbf{S} = V\angle \varphi_v \times I\angle -\varphi_i = VI\angle(\varphi_v - \varphi_i)$ 3. $P = \text{Re}(\mathbf{S})$, $Q = \text{Im}(\mathbf{S})$, $S = |\mathbf{S}|$

Efecto de los parámetros: - Si φ **aumenta** $\rightarrow \cos \varphi$ disminuye $\rightarrow P$ disminuye $\rightarrow Q$ aumenta (más reactiva) - Si $|\mathbf{Z}|$ **aumenta** $\rightarrow I$ disminuye $\rightarrow S$ disminuye (menos potencia total)

Ejercicio: Tipo 1 Datos: $\mathbf{V} = 120\angle 30^\circ \text{ V}$, $\mathbf{I} = 5\angle -15^\circ \text{ A}$.

$$S = 120\angle 30^\circ \times 5\angle 15^\circ = 600\angle 45^\circ \text{ VA}$$

$$P = 600 \cos(45^\circ) = 424.3 \text{ W}$$

$$Q = 600 \sin(45^\circ) = 424.3 \text{ VAr}$$

$$P = 424.3 \text{ W}, \quad Q = 424.3 \text{ VAr}, \quad S = 600 \text{ VA}, \quad \cos \varphi = 0.707$$

1.17.2 16.2 Tipo 2: Triángulo de potencias

$$S^2 = P^2 + Q^2, \quad \varphi = \arctan(Q/P), \quad \text{fdp} = \cos \varphi$$

Truco para el examen: si te dan dos de las tres magnitudes (P , Q , S), la tercera sale directamente del triángulo.

Ejercicio: Tipo 2 Datos: Una carga consume $P = 3 \text{ kW}$ y $Q = 4 \text{ kVAr}$ (inductivo).

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3000^2 + 4000^2} = \sqrt{25 \times 10^6} = 5000 \text{ VA}$$

$$\varphi = \arctan(4000/3000) = 53.13^\circ$$

$$S = 5 \text{ kVA}, \quad \cos \varphi = 0.6 \text{ (inductivo)}$$

1.17.3 16.3 Tipo 3: Corrección del factor de potencia

$$C = \frac{P(\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)}{\omega V^2}$$

Efecto de los parámetros: - Si el **fdp deseado es mayor** $\rightarrow \tan \varphi_2$ menor $\rightarrow Q_C$ mayor $\rightarrow C$ mayor - Si la **tensión V es mayor** $\rightarrow$ menos capacidad necesaria (relación inversa con V^2) - Si la **frecuencia aumenta** $\rightarrow$ menos capacidad (relación inversa con ω)

Ejercicio: Tipo 3 Datos: $P = 10 \text{ kW}$, $\cos \varphi_1 = 0.7$ inductivo, $V = 400 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$. Corregir a $\cos \varphi_2 = 0.9$.

$$\varphi_1 = \arccos(0.7) = 45.57^\circ, \quad \varphi_2 = \arccos(0.9) = 25.84^\circ$$

$$Q_C = 10000(\tan 45.57^\circ - \tan 25.84^\circ) = 10000(1.020 - 0.484) = 5360 \text{ VAr}$$

$$C = \frac{5360}{2\pi \times 50 \times 400^2} = \frac{5360}{50\,265\,482} = 106.6 \mu\text{F}$$

$$C \approx 107 \mu\text{F}$$

1.17.4 16.4 Tipo 4: Máxima transferencia de potencia en CA

$$\mathbf{Z}_L = \mathbf{Z}_{Th}^* = R_{Th} - jX_{Th}$$

$$P_{\max} = \frac{V_{Th}^2}{8 R_{Th}}$$

Efecto de los parámetros: - Si R_{Th} **aumenta** $\rightarrow P_{\max}$ disminuye (más pérdidas internas) - La parte reactiva se **cancela** exactamente: $X_L + X_{Th} = 0$

Ejercicio: Tipo 4 Datos: $\mathbf{V}_{Th} = 100\angle 0^\circ \text{ V}$, $\mathbf{Z}_{Th} = 20 + j15 \Omega$.

$$\mathbf{Z}_L = 20 - j15 \Omega$$

$$P_{\max} = \frac{100^2}{8 \times 20} = \frac{10000}{160} = 62.5 \text{ W}$$

$$\mathbf{Z}_L = 20 - j15 \Omega, \quad P_{\max} = 62.5 \text{ W}$$

1.17.5 16.5 Tipo 5: Transformador — relación de tensiones y corrientes

$$V_2 = \frac{V_1}{a}, \quad I_1 = \frac{I_2}{a}, \quad a = \frac{N_1}{N_2}$$

Ejercicio: Tipo 5 Datos: Transformador con $a = N_1/N_2 = 5$, $V_1 = 1150 \text{ V}$, carga $R_L = 10 \Omega$ en el secundario.

$$V_2 = \frac{1150}{5} = 230 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_L} = \frac{230}{10} = 23 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{I_2}{a} = \frac{23}{5} = 4.6 \text{ A}$$

$$V_2 = 230 \text{ V}, \quad I_2 = 23 \text{ A}, \quad I_1 = 4.6 \text{ A}$$

1.17.6 16.6 Tipo 6: Reflexión de impedancias

$$\mathbf{Z}' = a^2 \cdot \mathbf{Z}_2$$

Efecto de los parámetros: - Si $a > 1$ (reductor) $\rightarrow$ la impedancia vista desde el primario es **mayor** que la real - Si $a < 1$ (elevador) $\rightarrow$ la impedancia vista es **menor**

Ejercicio: Tipo 6 Datos: $a = 4$, $\mathbf{Z}_2 = 5 + j3 \Omega$.

$$\mathbf{Z}' = 4^2 \times (5 + j3) = 16 \times (5 + j3) = 80 + j48 \Omega$$

$$\mathbf{Z}' = 80 + j48 \Omega$$

1.17.7 16.7 Tipo 7: Sistema Y-Y equilibrado

$$V_f = \frac{V_L}{\sqrt{3}}, \quad I_L = I_f = \frac{V_f}{\mathbf{Z}_Y}$$

Procedimiento: 1. Obtener V_f a partir de V_L . 2. Calcular $I_f = V_f/|\mathbf{Z}_Y|$. 3. En Y: $I_L = I_f$. 4. Potencia: $P_{3\varphi} = 3RI_f^2$ o $P_{3\varphi} = \sqrt{3}V_L I_L \cos \varphi$.

Ejercicio: Tipo 7 Datos: $V_L = 380 \text{ V}$, $\mathbf{Z}_Y = 6 + j8 \Omega$.

$$V_f = \frac{380}{\sqrt{3}} = 219.4 \text{ V}$$

$$I_L = I_f = \frac{219.4}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{219.4}{10} = 21.94 \text{ A}$$

$$\varphi = \arctan(8/6) = 53.13^\circ, \quad \cos \varphi = 0.6$$

$$P = \sqrt{3} \times 380 \times 21.94 \times 0.6 = 8664 \text{ W}$$

$$I_L = 21.94 \text{ A}, \quad P = 8664 \text{ W}$$

1.17.8 16.8 Tipo 8: Sistema Y- Δ equilibrado

$$\mathbf{Z}_Y = \frac{\mathbf{Z}_\Delta}{3}$$

Procedimiento: 1. Convertir $\mathbf{Z}_\Delta$ a $\mathbf{Z}_Y$. 2. Resolver como Y-Y. 3. Las corrientes de línea son las del equivalente Y. 4. Las corrientes de fase en la carga Δ : $I_{f\Delta} = I_L/\sqrt{3}$.

Ejercicio: Tipo 8 Datos: $V_L = 400$ V, $\mathbf{Z}_\Delta = 24 + j18 \Omega$.

$$\mathbf{Z}_Y = \frac{24 + j18}{3} = 8 + j6 \Omega, \quad |\mathbf{Z}_Y| = 10 \Omega$$

$$V_f = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230.9 \text{ V}, \quad I_L = \frac{230.9}{10} = 23.09 \text{ A}$$

$$I_{f\Delta} = \frac{23.09}{\sqrt{3}} = 13.33 \text{ A}$$

$$\varphi = \arctan(6/8) = 36.87^\circ, \quad \cos \varphi = 0.8$$

$$P = \sqrt{3} \times 400 \times 23.09 \times 0.8 = 12\,800 \text{ W}$$

$I_L = 23.09 \text{ A}, \quad I_{f\Delta} = 13.33 \text{ A}, \quad P = 12.8 \text{ kW}$

1.17.9 16.9 Tipo 9: Sistema Δ - Δ equilibrado

En un sistema Δ - Δ , la tensión de fase en la carga es directamente V_L :

$I_{f\Delta} = \frac{V_L}{ \mathbf{Z}_\Delta }, \quad I_L = \sqrt{3} I_{f\Delta}$

Ejercicio: Tipo 9 Datos: $V_L = 400$ V, $\mathbf{Z}_\Delta = 15 + j20 \Omega$.

$$|\mathbf{Z}_\Delta| = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 \Omega$$

$$I_{f\Delta} = \frac{400}{25} = 16 \text{ A}, \quad I_L = \sqrt{3} \times 16 = 27.71 \text{ A}$$

$$\varphi = \arctan(20/15) = 53.13^\circ, \quad \cos \varphi = 0.6$$

$$P = \sqrt{3} \times 400 \times 27.71 \times 0.6 = 11\,520 \text{ W}$$

$I_{f\Delta} = 16 \text{ A}, \quad I_L = 27.71 \text{ A}, \quad P = 11.52 \text{ kW}$

1.17.10 16.10 Tipo 10: Conversión $Y \leftrightarrow \Delta$

$$\boxed{\mathbf{Z}_{\Delta} = 3 \mathbf{Z}_Y \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{Z}_Y = \frac{\mathbf{Z}_{\Delta}}{3}}$$

Estas relaciones son válidas **solo para cargas equilibradas** (las tres impedancias iguales).

Ejercicio: Tipo 10 Datos: Carga en Δ con $\mathbf{Z}_{\Delta} = 30\angle 60^{\circ} \Omega$. Obtener el equivalente Y .

$$\mathbf{Z}_Y = \frac{30\angle 60^{\circ}}{3} = 10\angle 60^{\circ} = 5 + j8.66 \Omega$$

$$\boxed{\mathbf{Z}_Y = 10\angle 60^{\circ} \Omega = 5 + j8.66 \Omega}$$

1.17.11 16.11 Tipo 11: Potencia trifásica total

$$\boxed{P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi = 3 V_f I_f \cos \varphi = 3 R I_f^2}$$

Error frecuente: confundir V_L con V_f en la fórmula. Recordar: - Fórmula con $\sqrt{3} \rightarrow$ usa magnitudes de **línea** - Fórmula con 3 $\rightarrow$ usa magnitudes de **fase**

Ejercicio: Tipo 11 Datos: $V_L = 400 \text{ V}$, $I_L = 10 \text{ A}$, $\cos \varphi = 0.85$ inductivo.

$$P = \sqrt{3} \times 400 \times 10 \times 0.85 = 5888 \text{ W}$$

$$Q = \sqrt{3} \times 400 \times 10 \times \sin(\arccos 0.85) = \sqrt{3} \times 400 \times 10 \times 0.527 = 3650 \text{ VAR}$$

$$S = \sqrt{3} \times 400 \times 10 = 6928 \text{ VA}$$

$$\boxed{P = 5888 \text{ W}, \quad Q = 3650 \text{ VAR}, \quad S = 6928 \text{ VA}}$$

1.17.12 16.12 Tipo 12: Equivalente monofásico

Procedimiento: 1. Si la carga es Δ , convertir a Y : $\mathbf{Z}_Y = \mathbf{Z}_{\Delta}/3$. 2. $V_f = V_L/\sqrt{3}$. 3. $\mathbf{Z}_{total} = \mathbf{Z}_{linea} + \mathbf{Z}_Y$ (incluir impedancia de línea si la hay). 4. $\mathbf{I}_f = \mathbf{V}_f/\mathbf{Z}_{total}$. 5. $P_{1\varphi} = V_f I_f \cos \varphi$, luego $P_{3\varphi} = 3P_{1\varphi}$.

Ejercicio: Tipo 12 Datos: $V_L = 400$ V, impedancia de línea $\mathbf{Z}_{lin} = 1 + j2 \Omega$, carga $\mathbf{Z}_Y = 10 + j8 \Omega$.

$$V_f = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230.9 \text{ V}$$

$$\mathbf{Z}_{total} = (1 + j2) + (10 + j8) = 11 + j10 \Omega$$

$$|\mathbf{Z}_{total}| = \sqrt{11^2 + 10^2} = 14.87 \Omega$$

$$I_f = \frac{230.9}{14.87} = 15.53 \text{ A}$$

Potencia **en la carga** (solo $\mathbf{Z}_Y$):

$$P_{carga} = 3 \times R_Y \times I_f^2 = 3 \times 10 \times 15.53^2 = 7234 \text{ W}$$

Pérdidas en la línea:

$$P_{linea} = 3 \times R_{lin} \times I_f^2 = 3 \times 1 \times 15.53^2 = 723 \text{ W}$$

$$I_f = 15.53 \text{ A}, \quad P_{carga} = 7234 \text{ W}, \quad P_{linea} = 723 \text{ W}$$

1.18 17. Resumen y tabla de fórmulas clave

1.18.1 Potencia en CA (monofásico)

Fórmula	Descripción
$P = UI \cos \varphi$	Potencia activa [W]
$Q = UI \sin \varphi$	Potencia reactiva [VAr]
$S = UI$	Potencia aparente [VA]
$\mathbf{S} = \mathbf{VI}^* = P + jQ$	Potencia compleja
$S^2 = P^2 + Q^2$	Relación del triángulo de potencias
$\text{fdp} = \cos \varphi = P/S$	Factor de potencia
$C = Q_C/(\omega V^2)$	Condensador para corrección del fdp
$\mathbf{Z}_L = \mathbf{Z}_{Th}^*$	Máxima transferencia de potencia

1.18.2 Transformador ideal

Fórmula	Descripción
$V_1/V_2 = N_1/N_2 = a$	Relación de transformación
$I_1 \cdot N_1 = I_2 \cdot N_2$	Conservación de amperios-vuelta
$\mathbf{Z}' = a^2 \cdot \mathbf{Z}_2$	Reflexión de impedancias

1.18.3 Sistemas trifásicos

Fórmula	Descripción
$V_L = \sqrt{3} V_f$	Estrella: tensión de línea vs fase
$I_L = \sqrt{3} I_f$	Triángulo: corriente de línea vs fase
$\mathbf{Z}_\Delta = 3 \mathbf{Z}_Y$	Conversión $Y \leftrightarrow \Delta$
$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi$	Potencia activa trifásica
$Q = \sqrt{3} V_L I_L \sin \varphi$	Potencia reactiva trifásica
$S = \sqrt{3} V_L I_L$	Potencia aparente trifásica

1.18.4 Errores frecuentes

- Usar V_L donde debe ir V_f (o viceversa) en las fórmulas de potencia.
- Olvidar conjugar $\mathbf{I}$ al calcular $\mathbf{S} = \mathbf{VI}^*$.
- Confundir el signo de Q : positivo = inductivo, negativo = capacitivo.
- En la corrección del fdp, usar $\omega = 2\pi f$, no f directamente.
- En el transformador, $I_1 = I_2/a$ (la corriente se divide por a , no se multiplica).