

# 01\_introduccion\_gdl

June 19, 2026

## 1 Tema 1 - Introduccion a la Teoria de Maquinas y Mecanismos

### Teoria de Maquinas y Mecanismos - 2o GIERM

---

#### 1.1 Objetivos de aprendizaje

- Distinguir entre maquina, mecanismo y cadena cinematica
  - Clasificar mecanismos elementales (levas, engranajes, barras, tornillo, flexibles, hidraulicos)
  - Identificar y clasificar eslabones y pares cinematicos
  - Esquematizar mecanismos usando simbolos normalizados (ISO 3952)
  - Calcular grados de libertad con la **ecuacion de Gruebler**:  $G = 3(N - 1) - 2g - h$
  - Aplicar equivalencias cinematicas y reconocer inversiones de un mecanismo
  - Evaluar el angulo de transmision y aplicar la **ley de Grashof**
- 

#### 1.2 1. Formulario del Tema

| Concepto                      | Formula                              | Notas                                                            |
|-------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| <b>Ecuacion de Gruebler</b>   | $G = 3(N - 1) - 2g - h$              | $N$ = eslabones, $g$ = pares clase I, $h$ = pares clase II       |
| <b>Par clase I (tipo g)</b>   | Restringe 2 GDL                      | Rotacion, prismatico, rodadura sin deslizamiento                 |
| <b>Par clase II (tipo h)</b>  | Restringe 1 GDL                      | Rodadura con deslizamiento (leva)                                |
| <b>Par n-ario</b>             | Equivale a $n - 1$ pares binarios    | Un par ternario = 2 pares binarios                               |
| <b>Ley de Grashof</b>         | $s + l \leq p + q$                   | $s$ = mas corta, $l$ = mas larga, $p, q$ = restantes             |
| <b>Angulo de transmision</b>  | $\mu = \angle(\text{biela, salida})$ | Optimo: $\mu = 90^\circ$ .<br>Minimo aceptable: $\mu > 40^\circ$ |
| <b>GDL de un solido libre</b> | Plano: 3 GDL, Espacio: 6 GDL         | $(x, y, \theta)$ en el plano                                     |

| Concepto                      | Formula | Notas                                            |
|-------------------------------|---------|--------------------------------------------------|
| <b>Condicion de mecanismo</b> | $G > 0$ | $G = 0$ : estructura;<br>$G < 0$ : hiperestatico |

### 1.2.1 Tabla de pares cinematicos planos

| Par                                                 | Clase | Mov. permitido            | Mov. restringido          | Simbolo            |
|-----------------------------------------------------|-------|---------------------------|---------------------------|--------------------|
| <b>Rotacion I</b> ( $g$ )<br>(articu-<br>lacion)    |       | 1 rotacion                | 2 traslaciones            | ○                  |
| <b>Prismatido</b> ( $g$ )<br>(corred-<br>era)       |       | 1 traslacion              | 1 traslacion + 1 rotacion | □                  |
| <b>Rodadura sin deslizamiento</b> ( $g$ )           |       | 1 rotacion                | 2 traslaciones            | Circulos tangentes |
| <b>Rodadura con deslizamiento</b> ( $h$ )<br>(leva) |       | 1 rotacion + 1 traslacion | 1 traslacion              | Perfiles tangentes |

## 1.3 2. Definiciones fundamentales

### 1.3.1 2.1 Maquina

**Maquina:** combinacion de solidos resistentes, agrupados y conectados de tal modo que son capaces de **transmitir una fuerza o un momento** desde una fuente de energia hasta un punto de consumo, donde se vence una resistencia, realizando para ello un **trabajo**.

Subsistemas de una maquina: - **Sistema motriz:** proporciona la energia (motor) - **Sistema transmisor:** transmite el movimiento (mecanismo) - **Sistema receptor:** recibe el trabajo util (herramienta, rueda) - **Sistemas auxiliares:** lubricacion, refrigeracion, sustentacion

### 1.3.2 2.2 Cadena cinematica

**Cadena cinematica:** sistema formado por varios cuerpos conectados entre si con capacidad de **movimiento relativo** entre ellos.

### 1.3.3 2.3 Mecanismo

**Mecanismo:** cadena cinematica en la que **fijamos el movimiento de uno de los cuerpos** (bastidor o barra fija).

### 1.3.4 Diferencia clave

Concepto | Asociado a | Ejemplo |

|———|———|———|| | **Mecanismo** | Movimientos | Piston-biela-manivela transmite movimiento | | **Maquina** | Trabajo | Motor de combustion realiza trabajo |

Mecanismo  $\subset$  Maquina

---

## 1.4 3. Tipos de mecanismos

### 1.4.1 3.1 Segun la geometria del movimiento

Tipo | Descripcion | Ejemplo |

|——|———|———|| | **Plano** | Todos los puntos se mueven en planos paralelos | Piston-biela-manivela | | **Espacial** | Puntos se mueven en 3D | Brazo robotico |

### 1.4.2 3.2 Segun la topologia de la cadena

Tipo | Descripcion | Ejemplo |

|——|———|———|| | **Cerrado** | Cadena cinematica forma un lazo cerrado | Cuadrilatero articulado | | **Abierto** | Cadena cinematica sin cerrar | Robot serial |

---

## 1.5 4. Mecanismos elementales

Los mecanismos suelen consistir en una combinacion apropiada de mecanismos elementales:

Tipo | Descripcion | Transformacion de movimiento |

|——|———|———|| | **a) Levas** | Leva (imprime movimiento) + seguidor | Rotacion  $\rightarrow$  perfil programado | | **b) Engranajes** | Ruedas dentadas acopladas | Rotacion  $\rightarrow$  rotacion (ratio constante) | | **c) Tornillo** | Par helicoidal | Rotacion  $\rightarrow$  traslacion | | **d) Elementos flexibles** | Correas, cadenas, resortes | Rotacion  $\rightarrow$  rotacion (ejes distantes) | | **e) Elementos fluidos** | Cilindros hidraulicos/neumaticos | Presion  $\rightarrow$  traslacion | | **f) Barras** | Solidos rigidos enlazados | Diversos (segun configuracion) |

### 1.5.1 Mecanismos de barras fundamentales

1) **Cuadrilatero articulado (4 barras):** 3 solidos moviles + 1 fijo, unidos por 4 pares de rotacion.

2) **Biela-manivela-corredora:** Caso particular del cuadrilatero donde una barra se hace infinitamente larga y su movimiento rotativo degenera en una **traslacion**.

---

## 1.6 5. Eslabon o barra

Un **eslabon** o **barra** es cada uno de los elementos del mecanismo que tiene movimiento relativo respecto a los otros.

### 1.6.1 Clasificacion por tipo de material

| Tipo                                 | Ejemplo           |
|--------------------------------------|-------------------|
| Rigido (o varios rigidamente unidos) | Biela de motor    |
| Unirrigido                           | Correas           |
| Flexible                             | Muelles, resortes |
| Fluido                               | Aceite hidraulico |

### 1.6.2 Clasificacion por funcion

| Funcion     | Nombre            | Descripcion                    |
|-------------|-------------------|--------------------------------|
| Entrada     | Impulsor          | Recibe el movimiento del motor |
| Transmision | Acoplador / Biela | Transmite el movimiento        |
| Salida      | Conducido         | Realiza el trabajo util        |

### 1.6.3 Clasificacion por movimiento

| Tipo              | Movimiento                                  | Ejemplo en biela-manivela              |
|-------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------|
| <b>Manivela</b>   | Giro continuo alrededor de un punto fijo    | Eslabon de entrada (2)                 |
| <b>Balancin</b>   | Giro alternativo alrededor de un punto fijo | Eslabon de salida en manivela-balancin |
| <b>Corredera</b>  | Traslacion a lo largo de una linea          | Piston (4)                             |
| <b>Biela</b>      | Rotacion + traslacion combinadas            | Eslabon acoplador (3)                  |
| <b>Barra fija</b> | Sin movimiento                              | Bastidor (1)                           |

### 1.6.4 Clasificacion por numero de conexiones

Tipo | Conectado a | Ejemplo |

| ———— | | **Binario** | 2 eslabones | La mayoria de barras | | **Ternario** | 3 eslabones | Barra con 3 articulaciones | | **n-ario** |  $n$  eslabones | Nudo central complejo |

## 1.7 6. Par cinematico

Un **par cinematico** es la union entre dos barras de un mecanismo con capacidad de **movimiento relativo** entre ellas.

### 1.7.1 6.1 Clasificación por movimiento relativo (general, 3D)

| # | Par                                         | Mov. permitido                       | GDL relativos |
|---|---------------------------------------------|--------------------------------------|---------------|
| 1 | <b>Rotacion</b><br>(articulación)           | Rotación alrededor de un eje         | 1             |
| 2 | <b>Prismatico</b>                           | Traslación en una dirección          | 1             |
| 3 | <b>Cilindrico</b>                           | Rotación + traslación independientes | 2             |
| 4 | <b>Helicoidal</b><br>(tornillo)             | Rotación + traslación dependientes   | 1             |
| 5 | <b>Rodadura sin deslizamiento</b>           | Rotación relativa                    | 1             |
| 6 | <b>Leva</b><br>(rodadura con deslizamiento) | Rotación + deslizamiento             | 2             |
| 7 | <b>Esferico</b><br>(rotula)                 | Rotación en cualquier dirección      | 3             |
| 8 | <b>Plano</b>                                | 2 traslaciones + 1 rotación          | 3             |

### 1.7.2 6.2 Pares cinematicos en mecanismos planos

En mecanismos planos solo aparecen 4 tipos:

| Par                                                 | Clase Gruebler | GDL restringidos | GDL permitidos               |
|-----------------------------------------------------|----------------|------------------|------------------------------|
| <b>Rotacion I</b> ( $g$ )                           |                | 2                | 1 (rotación)                 |
| <b>Prismatico</b> ( $g$ )                           |                | 2                | 1 (traslación)               |
| <b>Rodadura sin deslizamiento</b> ( $g$ )           |                | 2                | 1 (rotación)                 |
| <b>Rodadura con deslizamiento</b> ( $h$ )<br>(leva) |                | 1                | 2 (rotación + deslizamiento) |

### 1.7.3 6.3 Clasificación por eslabones que conectan

| Tipo            | Conecta       | Equivalencia para Gruebler |
|-----------------|---------------|----------------------------|
| <b>Binario</b>  | 2 eslabones   | 1 par                      |
| <b>Ternario</b> | 3 eslabones   | 2 pares binarios           |
| <b>n-ario</b>   | $n$ eslabones | $n - 1$ pares binarios     |

**Clave:** Un par ternario (punto donde se unen 3 barras) cuenta como **2 pares de clase I** en Gruebler, no como 1.

## 1.8 7. Esquematzacion y normalizacion

**Objetivo:** Obtener un esquema simplificado del mecanismo que sea facil de visualizar y permita un analisis sencillo (norma **UNE-EN ISO 3952**).

### 1.8.1 Simbolos normalizados principales

| Designacion                                 | Descripcion                            |
|---------------------------------------------|----------------------------------------|
| <b>Barra</b>                                | Linea recta gruesa                     |
| <b>Eslabon fijo</b> (soporte)               | Linea con trazos diagonales (hatching) |
| <b>Par de rotacion</b>                      | Circulo pequeno                        |
| <b>Par de rotacion unido al fijo</b>        | Triangulo con circulo                  |
| <b>Par de rotacion en parte del eslabon</b> | Circulo en medio de barra              |
| <b>Corredera sin par de rotacion</b>        | Rectangulo                             |
| <b>Corredera con par de rotacion</b>        | Rectangulo con circulo                 |
| <b>Eslabon ternario</b>                     | Triangulo con 3 circulos               |

### 1.8.2 Nomenclatura

- **Barras:** numeros (1, 2, 3, ...). Siempre 1 = barra fija, 2 = entrada
- **Pares:** letras mayusculas ( $A, B, C, \dots$ ). Subindice 0 para pares con la barra fija:  $A_0, B_0, \dots$

## 1.9 8. Grados de libertad y ecuacion de Gruebler

### 1.9.1 8.1 Definicion

El numero de **grados de libertad (GDL)**,  $G$ , de un mecanismo es el numero de variables independientes que es necesario especificar para conocer en cualquier instante la posicion de todos sus eslabones.

- Solido rigido libre en el **espacio**:  $G = 6$  ( $x, y, z, \phi, \theta, \psi$ )
- Solido rigido libre en el **plano**:  $G = 3$  ( $x, y, \theta$ )

### 1.9.2 8.2 Ecuacion de Gruebler (mecanismos planos)

$$G = 3(N - 1) - 2g - h$$

Donde: -  $N$  = numero total de eslabones (incluyendo la barra fija) -  $g$  = numero de pares de **clase I** (restringen 2 GDL): rotacion, prismatico, rodadura sin deslizamiento -  $h$  = numero de pares de **clase II** (restringen 1 GDL): rodadura con deslizamiento (leva)

**Importante:** Se resta 1 a  $N$  porque la barra fija no aporta GDL. Cada par de clase I elimina 2 GDL del total y cada par de clase II elimina 1 GDL.

### 1.9.3 8.3 Interpretacion del resultado

| Valor de $G$ | Significado                                                           |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------|
| $G > 0$      | <b>Mecanismo</b> con $G$ grados de libertad (necesita $G$ actuadores) |
| $G = 0$      | <b>Estructura</b> (rigida, sin movimiento)                            |
| $G < 0$      | <b>Estructura hiperestatica</b> (restricciones redundantes)           |

### 1.9.4 8.4 Ejemplo: cuadrilatero articulado

$N = 4$  eslabones (1 fijo + 3 moviles),  $g = 4$  pares de rotacion,  $h = 0$

$$G = 3(4 - 1) - 2 \times 4 - 0 = 9 - 8 = \boxed{1}$$

Un solo GDL: basta especificar  $\theta_2$  (angulo de la manivela) para conocer la posicion completa.

### 1.9.5 8.5 Ejemplo: excavadora

$N = 12$  eslabones,  $g = 15$  pares de rotacion,  $h = 0$

$$G = 3(12 - 1) - 2 \times 15 = 33 - 30 = \boxed{3}$$

Necesita 3 actuadores (3 cilindros hidraulicos) para controlar brazo, antebrazo y cuchara.

---

### 1.9.6 8.6 Consideraciones y limitaciones de Gruebler

La ecuacion de Gruebler es sencilla pero tiene limitaciones:

#### a) Mecanismos con el $G$ predicho pero sin transmision del movimiento:

Puede ocurrir que Gruebler de  $G = 1$  pero el movimiento no se transmita a todos los eslabones.

#### b) Grados de libertad pasivos:

Los **rodillos** en mecanismos de leva giran libremente sin afectar al movimiento util. Gruebler da  $G = 2$  pero el GDL real es 1 (el extra es pasivo).

**Ejemplo:** Leva con rodillo:  $N = 4$ ,  $g = 3$ ,  $h = 1$

$$G = 3(4 - 1) - 2 \times 3 - 1 \times 1 = 9 - 6 - 1 = \boxed{2}$$

Pero el GDL real es 1 (el giro del rodillo es pasivo).

#### c) Mecanismos con eslabones o pares redundantes:

Restricciones geometricas especiales (simetrias, paralelismos) pueden hacer que Gruebler subestime los GDL reales.

**Regla practica:** Gruebler da el resultado correcto en la gran mayoria de los casos. Cuando falla, hay que analizar si hay GDL pasivos o restricciones redundantes.

## 1.10 9. Equivalencia cinematica

Dos mecanismos son **cinematicamente equivalentes** si producen el mismo movimiento relativo entre sus eslabones, aunque su estructura fisica sea diferente.

### 1.10.1 Equivalencias utiles

| Par original                          | Par equivalente                                                    | Condicion                          |
|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| Par de <b>tornillo</b> (helicoidal)   | Par <b>prismatico</b> (clase I)                                    | Los 2 movimientos son dependientes |
| Par de <b>leva</b> (clase II, $h$ )   | Par de <b>rotacion</b> + <b>prismatico</b> (2 pares clase I, $g$ ) | Anadir eslabon intermedio          |
| <b>Engranaje</b> (rodadura sin desl.) | Par de <b>rotacion</b> (clase I)                                   | Los centros de giro estan fijos    |

**Aplicacion:** Si un mecanismo tiene un par de leva ( $h$ ), podemos sustituirlo por un eslabon adicional con 2 pares de rotacion. Esto cambia  $N$  y  $g$  pero el resultado de Gruebler debe ser el mismo.

## 1.11 10. Inversiones de un mecanismo

Una **inversion** consiste en fijar un eslabon diferente como bastidor, manteniendo las mismas longitudes y conexiones. Un mecanismo de  $N$  eslabones tiene  $N$  **inversiones posibles**.

### 1.11.1 Inversiones del mecanismo biela-manivela (4 barras con corredera)

| Inversion | Eslabon fijo          | Nombre del mecanismo resultante                 |
|-----------|-----------------------|-------------------------------------------------|
| 1a        | Bastidor original (1) | <b>Biela-manivela</b> clasico (motor de piston) |
| 2a        | Manivela (2)          | <b>Mecanismo de Whitworth</b> (retorno rapido)  |
| 3a        | Biela (3)             | <b>Mecanismo de arrastre</b>                    |
| 4a        | Corredera (4)         | <b>Manivela de cilindro oscilante</b>           |

**Clave:** Todas las inversiones tienen los **mismos GDL** ( $G = 1$ ) porque las longitudes y tipos de pares no cambian, solo cambia cual eslabon es fijo.

## 1.12 11. Angulo de transmision

El **angulo de transmision**  $\mu$  es el angulo entre la biela (acoplador) y el eslabon de salida, medido en el punto de conexion entre ambos.



$$\mu = \angle(\text{biela, eslabon de salida})$$

### 1.12.1 Importancia

- Mide la **eficiencia** de la transmision de fuerza/movimiento
- **Optimo:**  $\mu = 90^\circ$  (toda la fuerza de la biela se transmite al eslabon de salida)
- **Minimo aceptable:**  $\mu > 40^\circ$  (por debajo, la transmision es pobre y hay riesgo de agarrotamiento)
- $\mu = 0^\circ$  o  $\mu = 180^\circ$ : **punto muerto** (la fuerza de la biela no genera momento en la salida)

## 1.13 12. Ley de Grashof

Para un cuadrilatero articulado con eslabones de longitud  $s$  (mas corta),  $l$  (mas larga),  $p$  y  $q$  (las dos restantes):

$$s + l \leq p + q$$

### 1.13.1 Clasificacion segun Grashof

| Condicion                                           | Eslabon fijo           | Tipo de mecanismo                                |
|-----------------------------------------------------|------------------------|--------------------------------------------------|
| $s + l < p + q$ y fijamos el <b>adyacente a</b> $s$ | Adyacente al mas corto | <b>Manivela-balancin</b>                         |
| $s + l < p + q$ y fijamos el <b>opuesto a</b> $s$   | Opuesto al mas corto   | <b>Doble manivela</b>                            |
| $s + l < p + q$ y fijamos $s$                       | El mas corto           | <b>Doble balancin</b>                            |
| $s + l = p + q$                                     | Cualquiera             | <b>Punto de cambio</b>                           |
| $s + l > p + q$                                     | Cualquiera             | <b>Triple balancin</b> (ningun eslabon gira 360) |

## 1.14 13. Ejercicios resueltos

### 1.14.1 Problema 1: GDL de mecanismo complejo (N=13)

**Enunciado:** Determinar los grados de libertad del mecanismo de la figura, que consta de una leva (disco grande), multiples barras articuladas, deslizaderas, un resorte, y un par polea-correa.

**Paso 1:** Identificar todos los eslabones.

Contamos cada cuerpo con movimiento independiente: eslabones 1 a 13.

$$N = 13$$

**Paso 2:** Identificar y clasificar todos los pares cinematicos.

Tras un conteo cuidadoso, incluyendo pares ternarios como  $(n - 1)$  pares binarios:

$$g = 17, \quad h = 0$$

**Paso 3:** Aplicar Gruebler.

$$G = 3(13 - 1) - 2 \times 17 = 36 - 34 = \boxed{2}$$

**Clave:** El conteo de pares es la parte mas dificil. Hay que identificar cada par ternario como  $n - 1$  pares binarios y no olvidar los pares con la barra fija.

---

### 1.14.2 Problema 2: GDL de mecanismo con disco y seguidor (N=14)

**Enunciado:** Determinar los GDL del mecanismo con  $N = 14$  eslabones.

**Paso 1:**  $N = 14$

**Paso 2:** Contar pares con cuidado (pares ternarios =  $n - 1$  binarios):

$$g = 19, \quad h = 0$$

**Paso 3:** Gruebler:

$$G = 3(14 - 1) - 2 \times 19 = 39 - 38 = \boxed{1}$$

**Leccion:** Los pares ternarios cuentan como 2 pares binarios. Si olvidamos esto, el resultado sera incorrecto.

---

### 1.14.3 Problema 3: Aplicar ley de Grashof

**Enunciado:** Cuadrilatero articulado con eslabones  $a = 2$  cm,  $b = 4$  cm,  $c = 3$  cm,  $d = 5$  cm. Determinar el tipo de mecanismo.

**Paso 1:** Ordenar:  $s = 2, p = 3, q = 4, l = 5$ .

**Paso 2:** Comprobar Grashof:

$$s + l = 2 + 5 = 7 \quad \text{vs} \quad p + q = 3 + 4 = 7$$

$$7 \leq 7 \implies \text{Se cumple Grashof (caso limite)}$$

**Paso 3:** Si fijamos el adyacente al mas corto:

Manivela-balancin (caso limite con punto de cambio)

---

### 1.15 14. Catalogo completo de ejercicios: todos los patrones

| # | Tipo de ejercicio                      | Formula clave                                 | Dificultad |
|---|----------------------------------------|-----------------------------------------------|------------|
| 1 | Calcular GDL dado un esquema           | $G = 3(N - 1) - 2g - h$                       | Media      |
| 2 | Clasificar pares cinematicos           | Tabla de pares                                | Baja       |
| 3 | Aplicar ley de Grashof                 | $s + l \leq p + q$                            | Baja       |
| 4 | Determinar tipo de mecanismo (Grashof) | Tabla<br>manivela-balancin/doble manivela/... | Media      |
| 5 | Calcular angulo de transmision         | $\mu = \angle(\text{biela, salida})$          | Media      |
| 6 | Identificar inversiones                | Fijar cada eslabon                            | Baja       |
| 7 | Esquematizar un mecanismo real         | Norma ISO 3952                                | Media      |
| 8 | Equivalencia cinematica                | Sustituir pares complejos                     | Alta       |

#### 1.15.1 14.1 Tipo 1: Calcular GDL dado un esquema

**Metodo sistematico:**

1. **Numerar todos los eslabones** (incluyendo la barra fija como eslabon 1)
2. **Identificar cada par cinematico** y marcarlo en el esquema
3. **Clasificar cada par:** clase I ( $g$ ) o clase II ( $h$ )
4. **Pares n-arios:** cada par que conecta  $n$  eslabones equivale a  $n - 1$  pares binarios
5. **Aplicar Gruebler:**  $G = 3(N - 1) - 2g - h$

$$G = 3(N - 1) - 2g - h$$

**Ejercicio resuelto: Mecanismo de ventana (6 eslabones)** Datos:  $N = 6, g = 7, h = 0$

**Paso 1:** Aplicar Gruebler:

$$G = 3(6 - 1) - 2 \times 7 = 15 - 14 = \boxed{1}$$

#### 1.15.2 14.2 Tipo 5: Calcular angulo de transmision

**Datos:**  $a = 1.5, b = 3.5, c = 2.5, d = 4.0$

**Paso 1:** Para cada posicion  $\theta_2$  del eslabon de entrada, resolver la geometria del cuadrilatero usando la ley de cosenos para obtener  $\theta_4$ .

**Paso 2:** Calcular el angulo de transmision  $\mu$  como el angulo entre la biela (eslabon  $b$ ) y el eslabon de salida (eslabon  $c$ ):

$$\mu = \arccos \left( \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BB}_0}{|\vec{BA}| |\vec{BB}_0|} \right)$$

**Resultado:**  $\mu_{min} \approx 34.2^\circ, \quad \mu_{max} \approx 149.4^\circ$

Como  $\mu_{min} < 40^\circ$ , el mecanismo opera fuera del rango aceptable en parte de su recorrido.

## 1.16 15. Resumen y formulas clave

| Concepto                         | Formula / Definicion                                                             |
|----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Maquina</b>                   | Solidos resistentes que transmiten fuerza/momento para realizar trabajo          |
| <b>Mecanismo</b>                 | Cadena cinematica con un cuerpo fijo                                             |
| <b>Eslabon</b>                   | Cada cuerpo con movimiento relativo                                              |
| <b>Par cinematico</b>            | Union entre dos eslabones con movimiento relativo                                |
| <b>Clase I (<math>g</math>)</b>  | Restringe 2 GDL: rotacion, prismatico, rodadura sin deslizamiento                |
| <b>Clase II (<math>h</math>)</b> | Restringe 1 GDL: leva (rodadura con deslizamiento)                               |
| <b>Par n-ario</b>                | Equivale a $n - 1$ pares binarios                                                |
| <b>Gruebler</b>                  | $G = 3(N - 1) - 2g - h$                                                          |
| <b>Grashof</b>                   | $s + l \leq p + q \implies$ al menos un eslabon gira $360^\circ$                 |
| <b>Manivela-balancin</b>         | Fijamos adyacente al mas corto (Grashof cumplido)                                |
| <b>Doble manivela</b>            | Fijamos opuesto al mas corto (Grashof cumplido)                                  |
| <b>Triple balancin</b>           | Grashof NO cumplido                                                              |
| <b>Angulo transmision</b>        | $\mu = \angle(\text{biela, salida})$ . Optimo: $90^\circ$ . Minimo: $> 40^\circ$ |
| <b>Inversiones</b>               | Fijar otro eslabon: $N$ inversiones posibles para $N$ eslabones                  |

### 1.16.1 Errores frecuentes

1. **Olvidar contar la barra fija** como eslabon ( $N$  incluye el bastidor)
2. **No descomponer pares ternarios** en  $(n - 1)$  pares binarios
3. **Confundir clase I y clase II:** la leva es clase II ( $h$ ), no clase I
4. **Aplicar Grashof sin ordenar:**  $s$  es siempre la **mas corta** y  $l$  la **mas larga**
5. **Ignorar GDL pasivos:** rodillos en levas dan un GDL extra que no afecta al movimiento util